

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANCON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Jean-Paul DREVET



Sujet : Influence des irrégularités de piste
sur le comportement dynamique des avions au décollage.

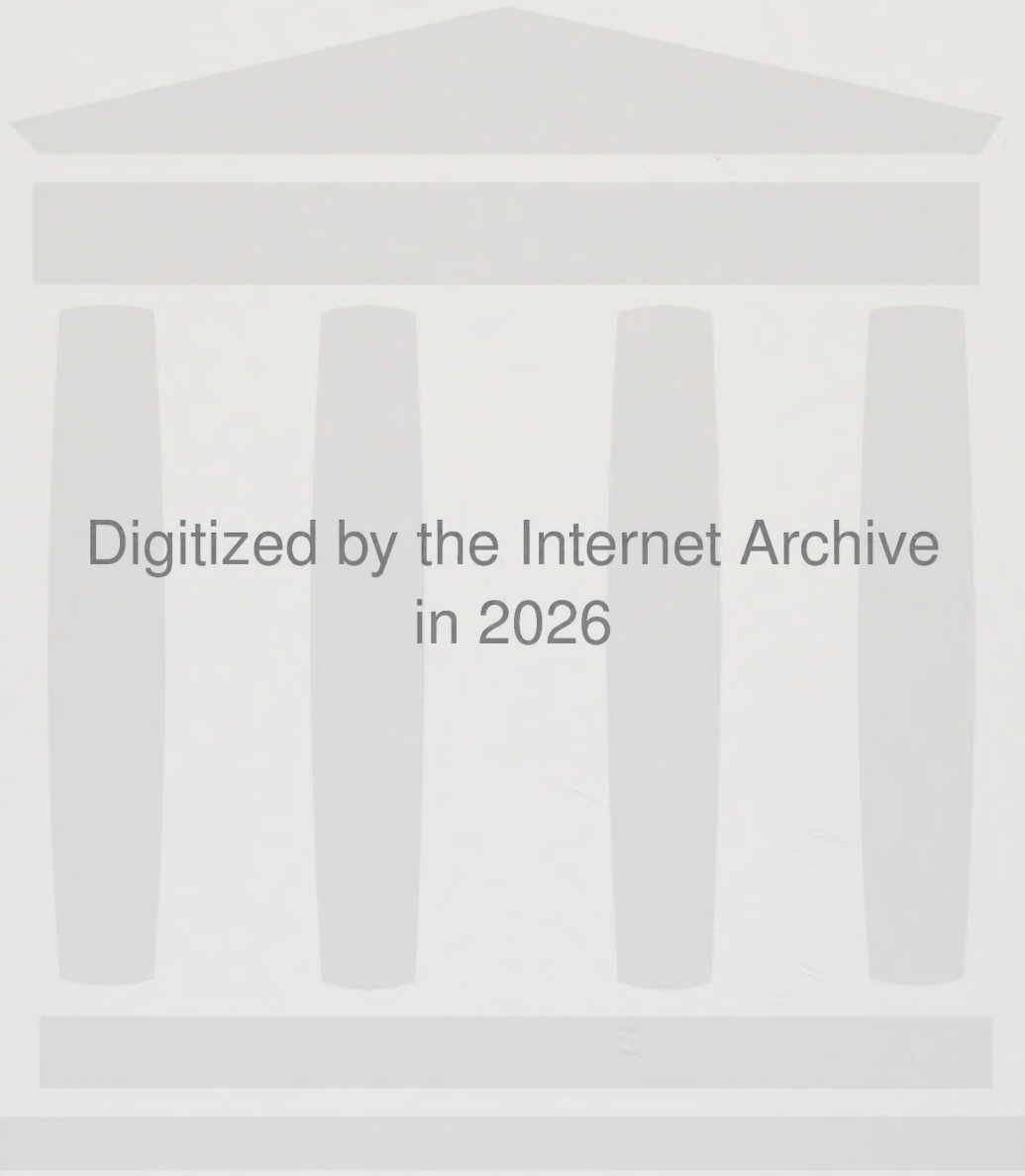
Soutenue le 26 novembre 1975 devant la Commission d'Examen

R. CHALÉAT	Président
G. COUPRY	Examineurs
P. CAPODANNO	
R. RIMATTEI	
B. DARRAS	

O.N.E.R.A.

29, Avenue de la Division Leclerc
92320 Châtillon

1975



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546611_0021

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE BESANCON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Jean-Paul DREVET



Sujet : Influence des irrégularités de piste
sur le comportement dynamique des avions au décollage.

Soutenue le 26 novembre 1975 devant la Commission d'Examen

R. CHALÉAT	Président
G. COUPRY	} Examineurs
P. CAPODANNO	
R. RIMATTEI	
B. DARRAS	

O.N.E.R.A.
29, Avenue de la Division Leclerc
92320 Châtillon
1975

THESE

CONSTITUTION OF THE NETHERLANDS
BY J. VAN DER BEEK

AMSTERDAM, 1900

THESE

CONSTITUTION OF THE NETHERLANDS
BY J. VAN DER BEEK



Ce travail a été effectué à l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, dans la Direction "Résistance des Structures".

— Je tiens à exprimer ma respectueuse reconnaissance à Monsieur Chaléat, Professeur à la Faculté des Sciences et des Techniques de Besançon, qui me fait l'honneur de présider ce jury.

— Je voudrais remercier Monsieur Coupry, Directeur Scientifique à l'ONERA, qui m'a permis de préparer cette thèse dans sa Direction.

— Monsieur Capodanno, Professeur à la Faculté des Sciences et des Techniques de Besançon a bien voulu examiner ce travail et participer au jury. Je l'en remercie.

— Je remercie Monsieur Rimattei, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Chef de l'arrondissement "Génie Civil et Pistes" au Service Technique des Bases Aériennes, qui a proposé le sujet.

— Monsieur Angélini, Adjoint Scientifique à la Direction "Résistance des Structures" à l'ONERA trouvera ici mes remerciements.

— Toute ma gratitude se porte vers Monsieur Darras, Ingénieur, chef de groupe à l'ONERA, qui m'a guidé par ses précieux conseils et a su me faire bénéficier de son expérience. Je l'en remercie très vivement.



TABLE DES MATIERES

	Pages :
RÉSUMÉ	2
INTRODUCTION	3
I – MISE EN ÉQUATION DU MODELE	4
1,1 – GÉNÉRALITÉS ET HYPOTHESES	4
1,2 – DESCRIPTION DU MODELE	4
1,2,1 – La structure souple	5
1,2,2 – Le train d'atterrissage	6
1,3 – NOTATIONS	8
1,4 – MISE EN ÉQUATION	9
1,4,1 – Expression des forces relatives à l'amortisseur	9
1,4,2 – Expressions des forces relatives aux pneumatiques	10
1,4,3 – Equations	11
1,4,4 – Systèmes d'équations des quatre configurations possibles	13
<i>. Trains débloqués</i>	
<i>. Train principal bloqué, train avant débloqué</i>	
<i>. Train principal débloquent, train avant bloqué</i>	
<i>. Trains bloqués</i>	
1,5 – CALCUL DES FRÉQUENCES PROPRES	17
1,6 – CONCLUSION	18
II – SIMULATION	19
II,1 – GÉNÉRALITÉS	19
II,2 – RAPPELS SUR LE CALCUL ANALOGIQUE	19
II,3 – LE SYSTEME OPTICA	22
II,4 – DESCRIPTION DU CABLAGE	23
II,4,1 – Partie analogique	23
II,4,2 – Partie logique	30
II,4,3 – Différences de câblage entre les trois appareils	32
II,5 – ORGANISATION DU PROGRAMME	33
II,6 – COMPARAISON DES RÉSULTATS	33
II,7 – CONCLUSION	34
III – EXPLOITATION	38
III,1 – CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DES PISTES D'AÉRODROME ET LEURS MOYENS DE CONTROLE	38
III,1,1 – Les pentes	38
III,1,2 – Surface des pistes	39
III,1,3 – Moyens de contrôle	39
III,2 – PISTES SINUSOIDALES	41
III,2,1 – Valeur efficace de l'accélération au poste de pilotage	41
III,2,2 – Densité spectrale d'énergie de l'accélération au poste de pilotage	44
III,3 – PISTES AVEC CHANGEMENTS DE PENTE	51
III,4 – PISTES RÉELLES	52
III,4,1 – Les différentes pistes étudiées	52
III,4,2 – Valeur efficace et densité spectrale d'énergie de l'accélération au poste de pilotage	54
III,4,3 – Comptage de franchissement de niveaux	54
III,4,4 – Atténuation des grandes longueurs d'onde	61
III,4,5 – Densité spectrale des pistes	64
IV – CONCLUSIONS GÉNÉRALES	71
RÉFÉRENCES	72
Annexe 1 – CARACTÉRISTIQUES DES AVIONS ÉTUDIÉS	73
Annexe 2 – SCHÉMA ANALOGIQUE DE L'AIRBUS	76

INFLUENCE DES IRRÉGULARITÉS DE PISTE SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES AVIONS AU DÉCOLLAGE

par Jean-Paul DREVET

RÉSUMÉ

L'objet de l'étude est la définition de critères de construction des pistes d'aérodromes. Il s'agit de réduire le plus possible les accélérations verticales au poste de pilotage des avions durant le décollage. Un modèle de l'avion, tenant compte des non linéarités des trains, a été élaboré et programmé sur calculateur hybride. Ceci a permis d'effectuer un grand nombre de simulations de décollages sur des pistes réelles ou synthétiques. On a pu ainsi mettre en évidence les longueurs d'onde dangereuses et analyser l'efficacité des critères retenus jusqu'ici. Des aménagements sont finalement proposés.

Descripteurs (thésaurus CEDOCAR) : Construction avion — Caractéristiques dynamiques — Charge dynamique — Roulage — Roulage décollage — Piste — Etat de piste — Modèles mathématiques — Simulation hybride.



INFLUENCE OF RUNWAY ROUGHNESS ON THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF AIRCRAFT AT TAKE-OFF

SUMMARY

The study aims at defining runway construction criteria. The point is to reduce as much as possible the vertical accelerations in the aircraft cockpits during take-off. A mathematical model of the aircraft, taking account of under-carriage non-linearities, has been developed and programmed on a hybrid computer. This made it possible to carry out a number of take-off simulations on actual or synthetic runways. Dangerous wavelengths were thus revealed, and the efficacy of hitherto retained criteria was analyzed. Lastly, improvements are proposed.

Descriptors (NASA thesaurus) : Aeronautical engineering — Dynamic characteristics — Dynamic loads — Rolling contact loads — Runways — Pavements — Takeoff — Taxiing — Mathematical models — Hybrid computers.

INTRODUCTION

On peut considérer que pour une durée de vie moyenne de dix ans un avion roule au sol environ quatre mille heures. L'augmentation des dimensions des avions conjuguée à l'augmentation de la vitesse de roulement au sol engendre des vibrations de plus en plus néfastes au confort des passagers. La sécurité au décollage peut même s'en trouver compromise par les difficultés de pilotage qui en résultent.

Traditionnellement, les trains d'atterrissage étaient dimensionnés en fonction des charges qu'ils risquaient de subir lors de l'impact. Depuis quelques années, leur comportement dynamique a été amélioré également pour les phases de roulage et de décollage. L'efficacité de ces améliorations dépend à présent de la qualité des pistes, c'est ce qui justifie la présente étude.

Les normes utilisées pour la construction et l'entretien des pistes d'aérodrome ont été élaborées à partir des normes routières. Or, les conditions de roulement d'une automobile et d'un avion moderne sont extrêmement différentes ; il apparaît donc indispensable de définir des critères spécifiques aux pistes de manière à obtenir une sécurité et un confort optimums.

La notion de confort est très subjective. Lors d'un décollage dont la durée ne dépasse pas une trentaine de secondes, il semble qu'un niveau de vibrations même assez important soit tolérable, en ce qui concerne le simple confort. Du point de vue pilotabilité et donc sécurité, il peut en aller tout autrement. Un test classique consiste à faire effectuer des travaux de pointage à un sujet soumis à de telles vibrations, de fréquences et d'amplitudes variées ; les résultats sont particulièrement mauvais pour les fréquences voisines de 4 hertz. On s'intéressera donc plus spécialement aux accélérations verticales pendant le décollage au poste de pilotage. C'est là en effet qu'elles sont en général les plus importantes ; c'est également là qu'elles peuvent devenir dangereuses.

La première partie de cette étude sera consacrée à la définition du modèle mathématique employé pour simuler le roulement d'appareils du type Concorde, Airbus et Mercure. On se rappellera que l'on veut caractériser les pistes et non pas étudier avec précision le comportement de l'avion. Certains détails qui alourdiraient trop sensiblement le modèle sans apporter d'éléments essentiels pour la piste seront supprimés.

Pour des raisons qui seront explicitées plus loin, il a paru judicieux de chercher à résoudre le problème ainsi posé au moyen d'un calculateur hybride plutôt que de le traiter de manière purement numérique. Au cours de la seconde partie, on décrira donc la méthode de simulation, c'est-à-dire le câblage du panneau analogique, le câblage du panneau logique et le déroulement des essais.

La simulation du roulement sur des pistes réelles et synthétiques respectant ou non les normes en vigueur permettra de tester ces dernières. L'exploitation du simulateur ainsi que le traitement des résultats obtenus fera l'objet de la troisième partie.

L'ensemble des résultats montrera que les longueurs d'onde les plus critiques pour le confort et la sécurité du décollage se situent entre 8 et 20 mètres.



I — MISE EN ÉQUATION DU MODÈLE

I,1 — GÉNÉRALITÉS ET HYPOTHÈSES

Dans cette étude on s'intéresse donc aux accélérations verticales d'un avion, induites par la piste pendant la phase de décollage.

- L'avion roule à accélération constante. Ce processus n'est donc pas stationnaire.
- Le mouvement d'un point de l'avion par rapport à des axes fixes sera la somme :
 - du mouvement des axes avion par rapport à un système de référence lié au sol,
 - du mouvement relatif de la structure de l'avion par rapport aux axes mobiles liés à l'avion.
- Pour définir la piste, on fait plusieurs hypothèses, à savoir :
 - qu'elle est indéformable,
 - que sa hauteur sur une perpendiculaire à son axe est constante.

— On considère que l'appareil est excité uniquement par les irrégularités de la piste, à l'exclusion des forces aérodynamiques. Cette simplification est justifiée par le fait qu'aux vitesses considérées les forces instantanées sont relativement faibles. Comme de plus leur effet est amortissant, on peut considérer les résultats obtenus en les négligeant, comme plutôt pessimistes.

I,2 — DESCRIPTION DU MODÈLE

Le modèle de l'avion se compose d'une structure souple et d'un train d'atterrissage tricycle comprenant un atterrisseur avant et deux atterrisseurs en arrière du centre de gravité. Cependant, comme d'une part ces deux atterrisseurs ont les mêmes caractéristiques et que d'autre part la hauteur de la piste sur une perpendiculaire à son axe est constante, on les schématise par un seul atterrisseur ; son action sur la structure souple étant alors doublée. On ne tient pas compte du roulis ni des modes antisymétriques de la structure comme on le verra plus loin.

I,2,1 — La structure souple

On exprime le mouvement de la structure souple par l'équation matricielle :

$$(1) \quad M \ddot{z} + C \dot{z} + K z = F ,$$

où M , C et K sont respectivement les matrices des masses, des amortissements et des raideurs de la structure. Elles sont symétriques et généralement pleines.

z , $\dot{z}$ et $\ddot{z}$ sont respectivement les colonnes des déplacements, des vitesses et des accélérations en un certain nombre de points de la structure.

F est la colonne des forces appliquées en ces points.

Ecrivons maintenant z dans la base des coordonnées généralisées, il vient :

$$z_p = \sum_{j=1}^n w_{pj} \cdot q_j ,$$

avec

z_p : déplacement du point p ,

w_{pj} : forme propre du $j^{\text{ème}}$ mode au point p ,

q_j : coordonnées généralisées,

n : nombre de modes considérés.

Si W est la matrice modale on a alors :

$$z = W \cdot q$$

On remplace alors z dans l'équation (1) par son expression ci-dessus et en multipliant à gauche les deux membres de cette équation par la matrice $\bar{W}$ transposée de W on a :

$$\bar{W} M W \ddot{q} + \bar{W} C W \dot{q} + \bar{W} K W q = \bar{W} F,$$

en posant :

$$\bar{W} M W = \mu \quad \text{matrice des masses généralisées,}$$

$$\bar{W} C W = B \quad \text{matrice des amortissements généralisés,}$$

$$\bar{W} K W = \gamma \quad \text{matrice des raideurs généralisées.}$$

Les matrices μ et γ sont diagonales du fait de l'orthogonalité des modes propres. On fait l'hypothèse que la matrice B est, elle aussi, diagonale ; en définitive, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mu \\ \diagdown \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \diagdown \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma \\ \diagdown \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix}$$

Les coefficients généralisés ont été calculés par les constructeurs sauf l'amortissement. On a pris un amortissement réduit forfaitaire variant entre 10 et 20 % selon les modes et selon les avions.

En prenant les six premiers modes souples on couvre la gamme de fréquences allant de 0 à 10 hertz qui nous intéresse.

Comme on a admis que la hauteur de la piste était constante sur une perpendiculaire à son axe, on ne considèrera que les modes symétriques puisque seuls ceux-ci peuvent être excités.

1,2,2 — Le train d'atterrissage

On le représente donc par deux atterrisseurs que l'on appellera atterrisseur avant et atterrisseur principal. Ils se caractérisent par :

- leur géométrie,
- les éléments constituant l'amortisseur qui sont fortement non linéaires,
- les pneumatiques.

1,2,2,1 — La géométrie

Il existe évidemment plusieurs types d'atterrisseurs qui diffèrent surtout par le positionnement de l'amortisseur. On a toujours pu se ramener au même type.

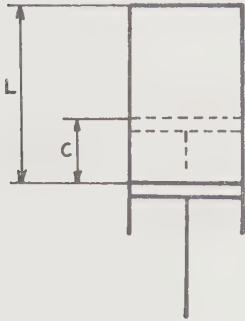
L'atterrisseur est constitué par un fût dont la partie supérieure est encastrée dans le fuselage. L'amortisseur est lui-même encastré dans le fût. La roue ou le groupe de roues est directement articulé sur la partie inférieure du tube coulissant de l'amortisseur. La position du point d'attache du fût par rapport au centre de gravité ainsi que ses déplacements dans les différents modes propres seront des données importantes puisque c'est à ce niveau que les forces sur la cellule sont introduites. L'amortisseur principal supporte généralement un boggie ; dans ce cas les oscillations du groupe de roues sont amorties par un ou plusieurs amortisseurs de tangage. En fait cet amortisseur est presque toujours bloqué pendant le décollage. Pour des raisons de symétrie, on peut alors considérer qu'un tel atterrisseur n'a qu'un point de contact avec la piste ; l'excitation en ce point étant la demi-

somme des hauteurs sous chaque roue. Les caractéristiques des pneumatiques des roues avant et arrière du boggie sont les mêmes.

1,2,2,2 - L'amortisseur

Les non-linéarités qu'il met en jeu sont dues :

- à la compression d'une chambre d'air,
- au laminage de l'huile,
- à la force de frottement sec, du type force de Coulomb.



La compression de l'air

La force de rappel élastique est créée par la compression d'une chambre d'air.

L : longueur théorique de la chambre,

C : course d'enfoncement,

F_0 : effort de gonflage initial.

En régime dynamique on a affaire à une compression de type adiabatique, c'est-à-dire :

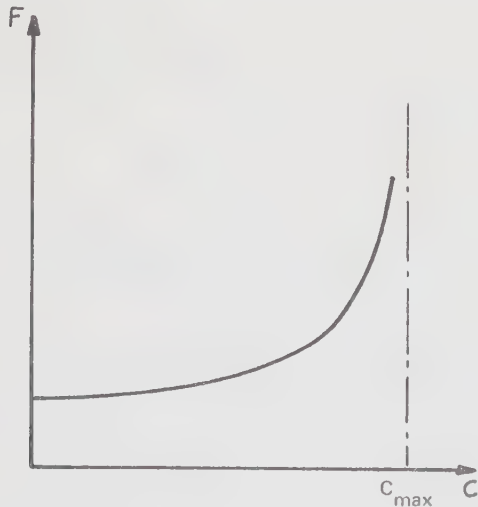
$$P_0 V_0^\gamma = P V^\gamma ,$$

où γ est le coefficient polytropique qui dépend de la technologie de l'amortisseur.

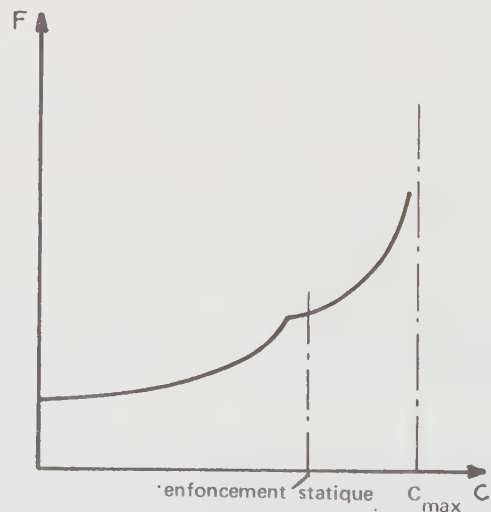
On a donc :

$$F = F_0 \left(\frac{L}{L-C} \right)^\gamma .$$

Pour que la cellule ne soit pas soumise à des efforts trop élevés au cours du roulage, on a intérêt à avoir dF/dc le plus faible possible. Cette raison a entraîné certains constructeurs à adopter un amortisseur bichambre. C'est le cas de l'amortisseur avant du Concorde.



Amortisseur monochambre.



Amortisseur bichambre.

Laminage de l'huile

La loi de laminage est approximativement fonction quadratique de la vitesse d'enfoncement de l'amortisseur avec un coefficient différent selon le signe de la vitesse.

$$\text{si } V > 0 \quad F_h = K_1 \cdot V^2 ,$$

$$\text{si } V < 0 \quad F_h = -K_2 \cdot V^2 .$$

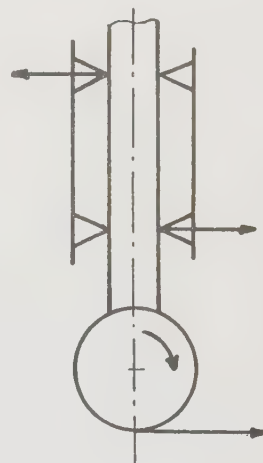
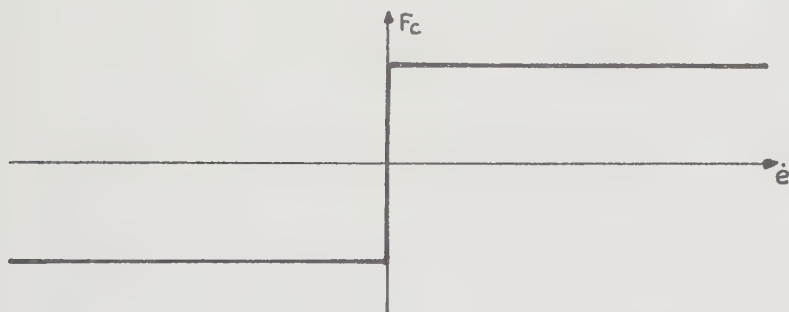
Le coefficient K_1 en compression est très inférieur au coefficient K_2 en détente. Ceci est dû au fait qu'au moment de l'impact, lors de l'atterrissage, on veut éviter que l'appareil ne rebondisse sur la piste.

Frottement sec

L'amortisseur possède une chambre d'air et une chambre d'huile qu'il faut rendre étanches. Il est donc nécessaire de placer des joints qui frotteront sur le tube mobile de l'amortisseur.

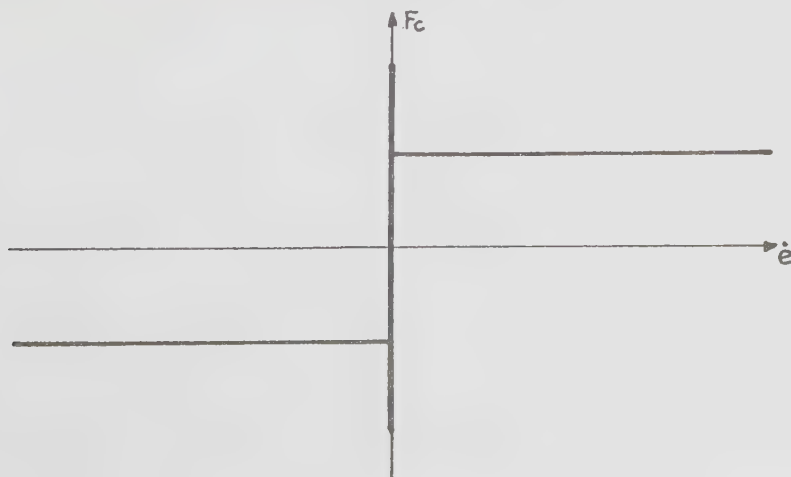
De plus, au roulage, du fait des irrégularités de la chaussée, la piste exerce sur le pneumatique un frottement assez important qui entraîne des réactions sur les paliers supportant le tube mobile de l'amortisseur. Donc, pour que ce tube mobile se mette en mouvement, il faudra lui appliquer une force verticale supérieure à un seuil de déblocage.

Le schéma suivant représente la caractéristique du frottement sec.



Lorsque le tube mobile de l'amortisseur est en mouvement, la force de frottement s'oppose à ce mouvement. Au moment où la vitesse change de signe, il y a une discontinuité de la force de Coulomb et donc de la force s'exerçant sur la cellule qui est préjudiciable pour le confort. Cette représentation du frottement sec convient fort bien pour un système mécanique dont le mouvement est toujours assuré ; cette condition n'est pas toujours vérifiée dans le cas de l'amortisseur d'un atterrisseur. En effet, lorsque la vitesse d'enfoncement s'annule il se peut que la force agissant sur l'amortisseur soit inférieure au seuil de déblocage. Dans ce cas, l'amortisseur reste bloqué jusqu'à ce que cette force redevienne suffisante pour rétablir le mouvement. L'expérience prouve que lorsqu'un tel système est bloqué, la force nécessaire pour assurer à nouveau le démarrage est supérieure à la force de frottement existant pendant le mouvement.

La caractéristique du frottement sec retenue sera donc la suivante :



L'effort qu'il faut appliquer à l'amortisseur pour le débloquer est pris empiriquement égal au double de la force de frottement existant pendant le mouvement.

Cette non-linéarité est donc très importante puisqu'elle entraîne toujours une discontinuité de force au moment du changement de signe de la vitesse qui peut s'accompagner du blocage de l'amortisseur.

1,2,2,3 – Les pneumatiques

La structure d'un pneumatique est assez complexe. Il se compose d'une carcasse formée de plis, chacun de ces plis formant une bande sculptée pour obtenir une meilleure adhérence au sol. On considère le pneumatique comme un élément linéaire caractérisé par :

- une raideur,
- un coefficient de laminage constant.

La masse de la partie mobile de l'amortisseur et des roues sera appelée masse non-suspendue.

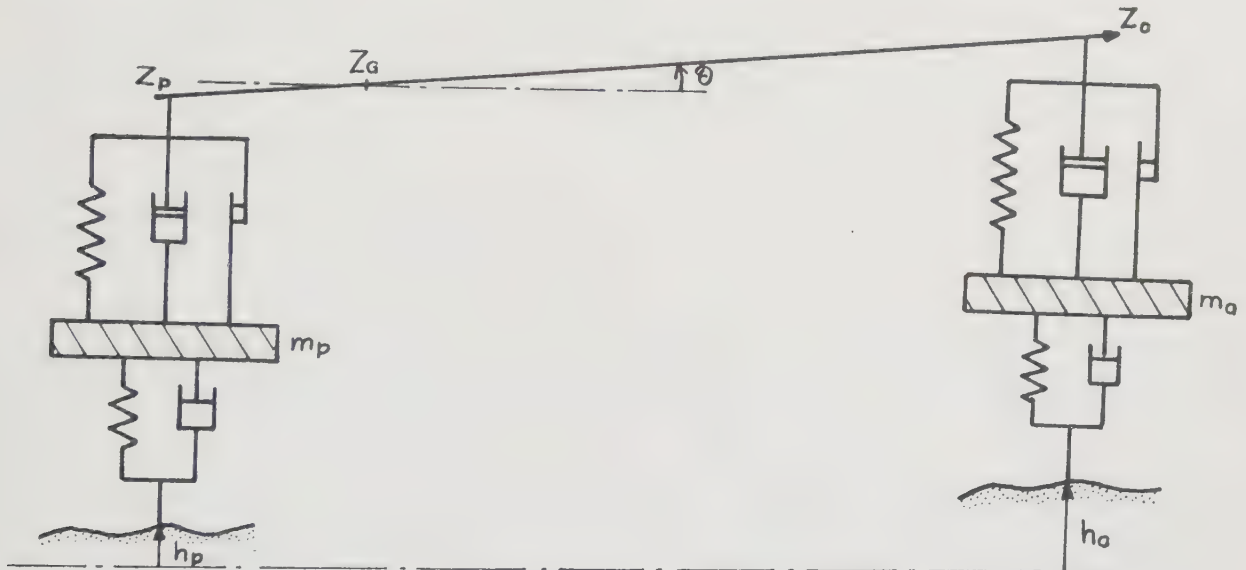
1,3 – NOTATIONS

Tous les déplacements, vitesses et accélérations, sont verticaux et comptés positivement vers le haut.

Z_G	: déplacement du centre de gravité (pompage)
θ	: rotation autour du centre de gravité (tangage)
Z_{pp}	: déplacement au poste de pilotage
Z_{CG}	: déplacement à l'abscisse du centre de gravité
Z_p	: déplacement du point d'attache du train principal
Z_a	: déplacement du point d'attache du train avant
z_p	: déplacement de la masse non-suspendue du train principal
z_a	: déplacement de la masse non-suspendue du train avant
h_p	: hauteur de la piste sous le train principal
h_a	: hauteur de la piste sous le train avant
M	: masse de l'avion
I	: moment d'inertie de tangage
m_p	: masse non suspendue du train principal
m_a	: masse non suspendue du train avant
d_p	: distance du centre de gravité au train principal
d_a	: distance du centre de gravité au train avant
F_p	: force agissant sur le fuselage au point d'attache du train principal
F_a	: force agissant sur le fuselage au point d'attache du train avant
e_p	: enfoncement de l'amortisseur du train principal
e_a	: enfoncement de l'amortisseur du train avant
K'_p	: } coefficients d'amortissement visqueux de l'amortisseur principal
K''_p	
K'_a	: } coefficients d'amortissement visqueux de l'amortisseur avant
K''_a	
F_{pp}	: effort des pneumatiques du train principal
F_{pa}	: effort des pneumatiques du train avant
k_p	: raideur des pneumatiques du train principal
k_a	: raideur des pneumatiques du train avant
k_{ph}	: amortissement des pneumatiques du train principal
k_{ah}	: amortissement des pneumatiques du train avant

- q_j : coordonnées généralisées
 w_{pj} : forme propre du $j^{\text{ème}}$ mode au point p
 μ_j : masse
 δ_j : raideur
 B_j : amortissement
- } généralisé relatif au $j^{\text{ème}}$ mode

Les barres placées au-dessus des grandeurs correspondront à l'état statique et les points désigneront la dérivée par rapport au temps de la variable.



1.4 — MISE EN ÉQUATION

Pour exprimer les forces relatives à l'amortisseur on envisage évidemment le cas de l'amortisseur débloqué. Puis, après avoir écrit les équations générales on examinera les conditions de blocage, de déblocage et les systèmes relatifs aux différentes configurations.

1.4.1 — Expression des forces relatives à l'amortisseur

Compression de l'air

Les courbes sont données par le constructeur.

$$F_p^{\text{air}} = f_p(e_p),$$

$$F_o^{\text{air}} = f_o(e_o),$$

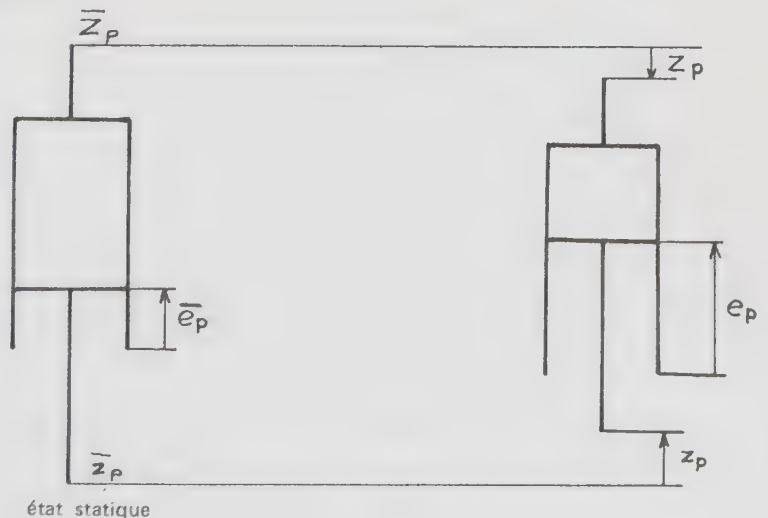
exprimons e_p par exemple :

$$e_p = \bar{e}_p + z_p - Z_p,$$

avec

$$Z_p = Z_G - d_p \theta + \sum_{j=1}^n w_{pj} q_j,$$

$\bar{e}_p$ sera lu sur la courbe d'air correspondante lorsque l'on aura défini les conditions statiques.



$$e_p = \bar{e}_p + z_p - (Z_G - d_p \theta + \sum_{j=1}^n w_{pj} q_j).$$

Laminage de l'huile

On a vu que le coefficient de laminage de la loi quadratique dépendait du signe de la vitesse :

$$F_p^h = K_p' \cdot \dot{e}_p^2 \quad \text{si } \dot{e}_p > 0 ,$$

$$F_p^h = -K_p'' \cdot \dot{e}_p^2 \quad \text{si } \dot{e}_p < 0 ,$$

avec

$$\dot{e}_p = \dot{z}_p - (\dot{Z}_G - d_p \dot{\theta} + \sum_{j=1}^6 W_{pj} \dot{q}_j) .$$

Pour l'amortisseur principal K''_p est environ 20 fois supérieur à K'_p alors que pour l'amortisseur avant on a un rapport de 10 entre ces deux coefficients.

Frottement sec

$$F_p^c = \text{signe}(\dot{e}_p) f_p^c ,$$

$$F_o^c = \text{signe}(\dot{e}_o) f_o^c .$$

f^c est donné par le constructeur ; sa connaissance est empirique et peut varier d'une manière assez importante entre deux essais. f^c est comprise entre 4 et 8 % de la charge statique s'exerçant sur l'atterrisseur considéré.

Pour que le train se débloque, il faut que la force agissant sur l'amortisseur soit supérieure ou égale à $2 f^c$.

Lorsque l'on est au repos, on ne connaît pas la valeur de f^c . On la prendra arbitrairement nulle.

En définitive, les forces agissant sur la cellule lorsque l'amortisseur est débloqué ont pour expression :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} F_p = F_p^{\text{air}} + K_p' \cdot \dot{e}_p^2 + f_p^c & \text{si } \dot{e}_p > 0 \\ F_p = F_p^{\text{air}} - (K_p'' \cdot \dot{e}_p^2 + f_p^c) & \text{si } \dot{e}_p < 0 \\ \overline{F}_p = \overline{F}_p^{\text{air}} & \end{array} \right. ,$$

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{ll} F_o = F_o^{\text{air}} + K_o' \cdot \dot{e}_o^2 + f_o^c & \text{si } \dot{e}_o > 0 \\ F_o = F_o^{\text{air}} - (K_o'' \cdot \dot{e}_o^2 + f_o^c) & \text{si } \dot{e}_o < 0 \\ \overline{F}_o = \overline{F}_o^{\text{air}} & \end{array} \right. .$$

1.4.2 — Expression des forces relatives aux pneumatiques

L'origine des hauteurs de piste sera la hauteur à l'abscisse du point de départ. On considère alors que l'avion est sur un plan horizontal et qu'ensuite il commence à rouler sur la piste.

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_{pp} = -k_p(z_p - h_p) - k_{ph}(\dot{z}_p - \dot{h}_p) + \overline{F}_{pp} \\ F_{po} = -k_o(z_o - h_o) - k_{oh}(\dot{z}_o - \dot{h}_o) + \overline{F}_{po} \end{array} \right. .$$

I,4,3 -- Equations

- Translation verticale du centre de gravité

$$M\ddot{Z}_G = 2F_p + F_a - Mg .$$

On introduit le double de F_p dans l'équation car il y a deux atterrisseurs principaux. A l'équilibre statique on a :

$$2\bar{F}_p + \bar{F}_a = Mg ,$$

d'où :

$$(4) \quad M\ddot{Z}_G = 2(F_p - \bar{F}_p) + (F_a - \bar{F}_a) .$$

- Mouvement de rotation en tangage

$$I\ddot{\Theta} = -2F_p \cdot dp + F_a \cdot da .$$

Pour conserver une similitude d'expression des forces agissant sur la cellule on écrit qu'à l'équilibre statique on a :

$$-2\bar{F}_p \cdot dp + \bar{F}_a \cdot da = 0 ,$$

avec :

$$2\bar{F}_p = \frac{M \cdot g \cdot da}{dp + da} , \quad \bar{F}_a = \frac{M \cdot g \cdot dp}{dp + da} ,$$

d'où :

$$(5) \quad I\ddot{\Theta} = -2(F_p - \bar{F}_p) \cdot dp + (F_a - \bar{F}_a) da .$$

- Modes souples

$$(6) \quad \left[\begin{array}{c} \diagup \\ \mu_j \\ \diagdown \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{q}_j \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \diagup \\ B_j \\ \diagdown \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \dot{q}_j \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \diagup \\ \gamma_j \\ \diagdown \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} q_j \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 2(F_p - \bar{F}_p) \cdot W_{pj} + (F_a - \bar{F}_a) W_{aj} \end{array} \right]$$

$j = 1, 2, \dots, 6$

- Mouvement de la masse non-suspendue de l'atterrisseur principal

$$m_p \ddot{Z}_p = -F_p + F_{pp} - m_p \cdot g ,$$

à l'équilibre statique on a :

$$-\bar{F}_p + \bar{F}_{pp} = m_p \cdot g ,$$

d'où :

$$(7) \quad m_p \ddot{Z}_p = -(F_p - \bar{F}_p) + (F_{pp} - \bar{F}_{pp}) .$$

— Mouvement de la masse non-suspendue de l'atterrisseur avant

On aura de même :

$$(8) \quad m_0 \ddot{z}_0 = -(F_0 - \overline{F}_0) + (F_{p0} - \overline{F}_{p0}) ,$$

Maintenant, il reste à étudier le problème du blocage et du déblocage des amortisseurs, problème qui nous amène à considérer quatre configurations dans lesquelles l'expression des forces F_p et F_a sera différente.

Les quatre configurations possibles sont :

- a) Les deux amortisseurs sont débloqués.
- b) L'amortisseur principal est bloqué, l'amortisseur avant est débloqué.
- c) L'amortisseur principal est débloqué, l'amortisseur avant est bloqué.
- d) Les deux amortisseurs sont bloqués.

Condition de déblocage d'un amortisseur

Prenons le cas de l'amortisseur principal par exemple. On raisonne à partir de l'amortisseur bloqué, c'est-à-dire que :

— Le degré de liberté entre les points d'attache de l'amortisseur au fuselage d'une part et à la masse non suspendue d'autre part est supprimé, ce qui implique que l'accélération, la vitesse et le déplacement de ces deux points sont égaux.

Soit :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{ll} z_p = \overline{z}_p & \Rightarrow \quad z_p = z_G - d_p \cdot \theta + \sum_{j=1}^6 w_{pj} \cdot q_j \\ \dot{z}_p = \dot{\overline{z}}_p & \Rightarrow \quad \dot{z}_p = \dot{z}_G - d_p \cdot \dot{\theta} + \sum_{j=1}^6 w_{pj} \cdot \dot{q}_j \\ \ddot{z}_p = \ddot{\overline{z}}_p & \Rightarrow \quad \ddot{z}_p = \ddot{z}_G - d_p \cdot \ddot{\theta} + \sum_{j=1}^6 w_{pj} \cdot \ddot{q}_j \end{array} \right.$$

— La force de frottement sec est inconnue. L'équation (7) va donc nous permettre d'une part de calculer la force agissant sur la cellule et d'autre part la force de Coulomb.

. force agissant sur la cellule :

$$(7) \quad \Rightarrow \quad F_p - \overline{F}_p = -m_p \ddot{z}_p + F_{pp} - \overline{F}_{pp} .$$

$$(10) \quad F_p - \overline{F}_p = -m_p \ddot{z}_p - k_p (z_p - h_p) - k_{pn} (\dot{z}_p - \dot{h}_p) .$$

avec $\ddot{z}_p$, $\dot{z}_p$ et z_p définis par les équations (9).

. force de Coulomb

La vitesse d'enfoncement $\dot{e}_p$ étant nulle, la force de laminage est nulle.

On connaît la force due à l'air car l'enfoncement e_p est connu,

donc :

$$F_p = F_p^{air} + F_p^c ,$$

d'où :

$$(11) \quad F_p^c = -(F_p^{air} - F_p) - m_p \ddot{z}_p - k_p (z_p - h_p) - k_{ph} (\dot{z}_p - \dot{h}_p) \quad .$$

Lorsque le train est bloqué, on compare à tout instant cette force au seuil de déblocage :

si $|F_p^c| < 2 f_p^c$ l'amortisseur reste bloqué,

si $|F_p^c| > 2 f_p^c$ l'amortisseur se débloque.

Conditions de blocage d'un amortisseur

Pour qu'un amortisseur se bloque, il faut remplir simultanément les deux conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_p = 0 \\ \text{et} \\ |F_p^c| < 2 f_p^c \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (I) \\ \\ (II) \end{array}$$

Pour exprimer ces deux conditions, on calcule en permanence la force F_p^c par l'équation (11) et on la compare au seuil de blocage. A l'instant où la vitesse d'enfoncement e_p s'annule on fait un test pour savoir si la condition (II) est vérifiée.

Ce sont ces non-linéarités et notamment le problème du blocage et du déblocage des amortisseurs qui nous ont amenés à choisir une simulation analogique. Par ce moyen, on calcule toutes les variables en parallèle d'une manière continue, ce qui permet de faire les comparaisons nécessaires aux instants voulus.

Il n'en va pas de même dans le cas d'une simulation numérique qui oblige à discrétiser le temps et à intégrer pas à pas. Dès lors il est possible par exemple de commencer le pas de calcul avec une vitesse d'enfoncement de l'amortisseur positive et d'obtenir comme résultat une vitesse négative. Il existe donc entre ces deux instants un temps t où la vitesse s'est annulée et où il y avait une possibilité de blocage. Prendre un pas plus fin ne résoud pas le problème puisqu'on pourra toujours se trouver dans un tel cas. La méthode consiste alors à recommencer le pas de calcul avec l'hypothèse de l'amortisseur bloqué et à vérifier que cette hypothèse est toujours valable à la fin du pas. Une telle méthode est très coûteuse en temps, car elle exige un pas de calcul extrêmement fin ; il faut en effet pouvoir supposer qu'au voisinage d'une vitesse d'enfoncement nulle les forces ont des amplitudes peu différentes de celles qu'elles auraient dans le cas de l'amortisseur bloqué. De plus, à chaque passage par zéro de la vitesse d'enfoncement, il est nécessaire d'effectuer plusieurs calculs sur le même pas.

1.4.4 — Système d'équations des quatre configurations possibles

1.4.4.1 — Trains débloqués

Les expressions des forces ont été données aux paragraphes 1.4.1 et 1.4.2. Si on écrit les équations (4) et (5) et le système (6) sous forme matricielle, il vient :

$$\begin{bmatrix} M & & \\ & I & \\ & & \mu_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Z}_G \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & B_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_G \\ \dot{\theta} \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \gamma_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_G \\ \theta \\ q_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(F_p - \bar{F}_p) + (F_a - \bar{F}_a) \\ -2(F_p - \bar{F}_p) d_p + (F_a - \bar{F}_a) d_a \\ 2(F_p - \bar{F}_p) W_{pj} + (F_a - \bar{F}_a) W_{aj} \end{bmatrix}$$

$$m_p \ddot{z}_p = -(F_p - \bar{F}_p) + (F_{pp} - \bar{F}_{pp}) ,$$

$$m_a \ddot{z}_a = -(F_a - \bar{F}_a) + (F_{pa} - \bar{F}_{pa}) .$$

On a un système à 10 degrés de liberté.

1,4,4,2 — Train principal bloqué, train avant débloqué

L'expression de la force F_a , force agissant au point d'attache de l'amortisseur avant sur le fuselage, est la même que dans le cas précédent. Par contre F_p s'exprimera grâce à l'équation (10) :

$$F_p = -m_p \ddot{z}_p - k_p(z_p - h_p) - k_{ph}(\dot{z}_p - \dot{h}_p) + \bar{F}_p$$

et en introduisant les équations (9)

$$\begin{aligned} F_p = & -m_p (\ddot{Z}_G - d_p \ddot{\theta} + \sum_{j=1}^6 W_{pj} \ddot{q}_j) - k_p (Z_G - d_p \theta + \sum_{j=1}^6 W_{pj} q_j - h_p) \\ & - k_{ph} (\dot{Z}_G - d_p \dot{\theta} + \sum_{j=1}^6 W_{pj} \dot{q}_j - \dot{h}_p) + \bar{F}_p . \end{aligned}$$

L'équation d'un mode s'exprime alors en fonction de tous les autres modes. Lorsque l'on fait passer au premier membre les termes d'accélération, de vitesse et de déplacement contenus dans l'expression des forces, on obtient des matrices de masse, d'amortissement et de raideur pleines alors que dans le cas précédent elles étaient diagonales.

En posant :

$$D_p = \begin{bmatrix} 1 & -d_p & W_{p1} & W_{p2} & \dots & W_{p6} \\ -d_p & d_p^2 & -W_{p1} d_p & & & -W_{p6} d_p \\ W_{p1} & -d_p W_{p1} & W_{p1}^2 & & & W_{p6} W_{p1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ W_{p6} & -d_p W_{p6} & W_{p1} W_{p6} & & & W_{p6}^2 \end{bmatrix} ,$$

on écrira les matrices des masses, des amortissements, des raideurs et des forces généralisées sous la forme :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mu_j \end{bmatrix} + 2 m_p \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ D_p \end{bmatrix} ,$$

$$\mathcal{K} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \beta_j \end{bmatrix} + 2 k_{ph} \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ D_p \end{bmatrix} ,$$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} M_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mu_j \end{bmatrix} + m_a \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_a \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & B_j \end{bmatrix} + k_{ah} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_a \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \delta_j \end{bmatrix} + k_a \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_a \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2(F_p - \bar{F}_p) + k_{ah} \cdot \dot{h}_a + k_a \cdot h_a \\ -2(F_p - \bar{F}_p) \dot{d}_p + (k_{ah} \cdot \dot{h}_a + k_a \cdot h_a) \cdot \dot{d}_a \\ 2(F_p - \bar{F}_p) W_{pj} + (k_{ah} \cdot \dot{h}_a + k_a \cdot h_a) \cdot \dot{d}_a \end{bmatrix}.$$

Le système d'équations s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Z}_G \\ \ddot{\Theta} \\ \ddot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Z}_G \\ \dot{\Theta} \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_G \\ \Theta \\ q_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix},$$

$$m_p \ddot{z}_p = -(F_p - \bar{F}_p) + (F_{pp} - \bar{F}_{pp}).$$

1,4,4,4 — Trains bloqués

De la même manière on obtiendra :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} M_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mu_j \end{bmatrix} + 2 m_p \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_p \end{bmatrix} + m_a \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_a \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & B_j \end{bmatrix} + 2 k_{ph} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_p \end{bmatrix} + k_{ah} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & D_a \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & \ddots \\ & & & 0 \end{bmatrix} + 2k_p \begin{bmatrix} D_p \end{bmatrix} + k_a \begin{bmatrix} D_a \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2(k_p \cdot h_p + k_{ph} \cdot \dot{h}_p) + (k_a \cdot h_a + k_{ah} \cdot \dot{h}_a) \\ -2(k_p \cdot h_p + k_{ph} \cdot \dot{h}_p) d_p + (k_a \cdot h_a + k_{ah} \cdot \dot{h}_a) d_a \\ 2(k_p \cdot h_p + k_{ph} \cdot \dot{h}_p) W_{pj} + (k_a \cdot h_a + k_{ah} \cdot \dot{h}_a) W_{aj} \end{bmatrix}.$$

Dans ce cas, le système se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_G \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_G \\ \dot{\theta} \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_G \\ \theta \\ q_j \end{bmatrix} = Q$$

On a donc ici un système à 8 degrés de liberté.

Comme on s'intéresse aux accélérations à l'abscisse du centre de gravité d'une part et au poste de pilotage d'autre part, on introduira les formes propres de ces deux points :

$$\ddot{z}_{pp} = \ddot{z}_G + d_{pp} \ddot{\theta} + \sum_{j=1}^6 W_{ppj} \ddot{q}_j,$$

$$\ddot{z}_{cg} = \ddot{z}_G + \sum_{j=1}^6 W_{cgj} \ddot{q}_j.$$

1.5 — CALCUL DES FRÉQUENCES PROPRES

Lorsque les deux trains sont bloqués, le système est linéaire. Il est intéressant pour la suite de l'étude de connaître ses fréquences propres ; notamment les fréquences de pompage et de tangage ainsi que l'évolution des modes souples.

On a un système à coefficients constants ; les solutions du système libre sont de la forme :

$$Q = Q_0 \cdot e^{rt},$$

donc :

$$\dot{Q} = r \cdot Q_0 \cdot e^{rt} = r Q,$$

$$\ddot{Q} = r^2 \cdot Q_0 \cdot e^{rt} = r \dot{Q}.$$

On a le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M} \end{bmatrix} \ddot{Q} + \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix} \dot{Q} + \begin{bmatrix} \mathcal{R} \end{bmatrix} Q = 0$$

et en multipliant par $\mathcal{M}^{-1}$ à gauche il vient :

$$\ddot{Q} + \begin{bmatrix} \mathcal{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{A} \end{bmatrix} \dot{Q} + \begin{bmatrix} \mathcal{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{R} \end{bmatrix} Q = 0$$

ou encore :

$$r \begin{bmatrix} \dot{Q} \\ Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Q} \\ Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix}$$

que l'on peut encore écrire sous la forme :

$$\left[\begin{array}{c|c} 0 & \begin{array}{c} \diagdown 1 \diagup \end{array} \\ \hline -\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} & -\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \end{array} \right] \begin{bmatrix} Q \\ \dot{Q} \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} Q \\ \dot{Q} \end{bmatrix}$$

On se ramène ainsi à un problème aux valeurs propres que l'on résoud numériquement.

Valeurs numériques (fréquences propres – Hz) – Pour les données techniques, voir annexe 1.

	CONCORDE	AIRBUS	MERCURE
Pompage	1,732	1,758	2,242
Tangage	1,188	1,119	1,514
Modes souples	2,91	1,304	2,943
	3,188	3,169	3,248
	5,899	4,283	5,435
	6,237	4,850	6,159
	7,428	6,520	8,767
	9,680	9,190	9,596

Les modes souples sont peu modifiés.

1,6 – CONCLUSION

Les blocages et les déblocages des amortisseurs alourdissent considérablement la mise en équation du problème. Ces non-linéarités nous ont fait opter pour une simulation hybride qui paraît plus appropriée à ce genre de problème qu’une simulation purement numérique. En décrivant cette simulation dans le chapitre suivant, nous verrons comment, grâce à une partie logique importante, on arrive à câbler un seul système d’une manière assez générale pour définir les quatre configurations.

II — SIMULATION

II,1 — GÉNÉRALITÉS

Pour simuler le processus de décollage d'un avion, on a utilisé un calculateur hybride. Le calcul hybride est une combinaison du calcul analogique et du calcul numérique. Il met à profit la rapidité d'exécution du calculateur analogique et les possibilités d'automatisation du calculateur numérique. Il ne suffit évidemment pas de juxtaposer ces deux calculateurs pour obtenir un ensemble hybride, encore faut-il établir les liaisons entre eux.

Le calculateur analogique comporte un système de contrôle et de commande, des éléments analogiques, des éléments logiques et des appareils de sortie.

Le calculateur numérique se compose d'une unité centrale, d'une mémoire et d'appareils périphériques (lecteur et perforateur de cartes, bandes magnétiques . . .). Il est doté d'un logiciel comportant en particulier des traducteurs de langage (compilateur Fortran), ainsi que des modules de dialogue avec le calculateur analogique. Au niveau matériel, ce dialogue s'établit par l'intermédiaire d'interfaces. Selon le niveau auquel s'effectue le dialogue, on aura :

— l'interface de contrôle

Le calculateur digital pourra commander le calculateur analogique en mode mémoire, condition initiale, calcul, . . ., ajuster les valeurs des potentiomètres, lire un composant analogique par l'intermédiaire d'un voltmètre numérique sur la console analogique, etc. . . Cet interface permet de réaliser par programmes des tâches qui étaient entièrement manuelles en calcul analogique pur.

— l'interface logique

Il effectue la liaison entre le calculateur numérique et la logique du calculateur analogique. Les informations peuvent circuler dans les deux sens.

— l'interface des données

Ce sont des convertisseurs de tensions analogiques en mots compatibles avec la structure du calculateur numérique et réciproquement.

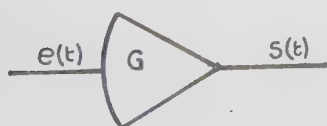
On dispose aussi d'une librairie hybride, c'est-à-dire d'un ensemble de sous-programmes compatibles avec le langage Fortran, qui traitent des liaisons entre les deux calculateurs.

Le problème sera résolu en calcul hybride série. On ne fera pas appel à l'ordinateur en tant que moyen de calcul au cours d'un essai, mais simplement pour effectuer les entrées-sorties. La console numérique est alors considérée comme un périphérique de la console analogique au cours de cet essai.

II,2 — RAPPELS SUR LE CALCUL ANALOGIQUE

Dans ce paragraphe, les indications données sur les divers éléments sont relatifs au calculateur EAI 8800 utilisé pour cette étude.

L'amplificateur opérationnel est l'élément de base du calcul analogique.



Les tensions $e(t)$ et $S(t)$ sont liées par la relation :

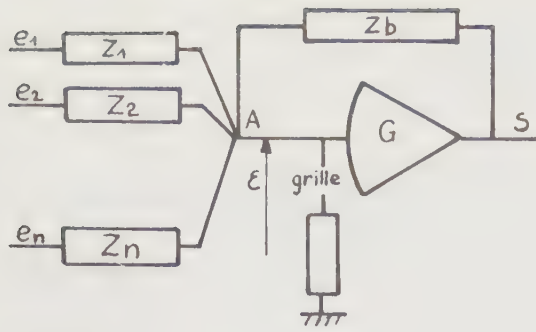
$$S(t) = G \cdot e(t) ,$$

G : gain $> 10^7$.

On ne peut donc pas l'utiliser en boucle ouverte.

A partir de cet élément on bâtit les opérateurs analogiques dont on se servira par la suite.

Soit $\mathcal{E}$ la tension de grille.



On écrit que la somme des courants en A est nulle :

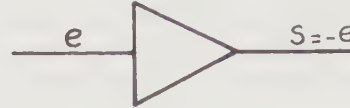
$$\frac{e_1 - \varepsilon}{Z_1} + \frac{e_2 - \varepsilon}{Z_2} + \dots + \frac{e_n - \varepsilon}{Z_n} + \frac{S - \varepsilon}{Z_b} + \frac{\varepsilon}{Z_e} = 0,$$

or $\varepsilon = \frac{S}{G}$,

d'où

$$S = -Z_b \sum_i \frac{e_i}{Z_i} .$$

représentation symbolique :

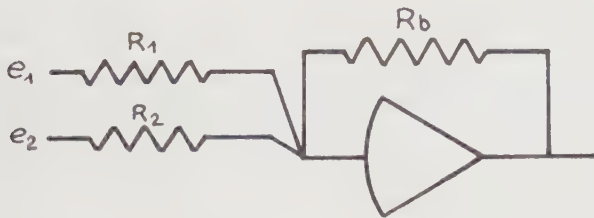


- l'inverseur

élément à une seule entrée avec :

$$Z_1 = R , Z_b = R \Rightarrow S = -e_1 .$$

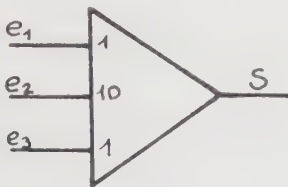
- le sommateur :



$$S = - \left(\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \dots \right) R_b .$$

Les sommateurs de la console analogique ont une résistance de contre-réaction de $1 \text{ M}\Omega$ et trois résistances d'entrée de $1 \text{ M}\Omega$ chacune. De plus, on peut connecter un réseau de trois résistances de $100 \text{ k}\Omega$ ce qui permet d'avoir 6 entrées avec 3 gains de 1 et 3 gains de 10. Certains sommateurs possèdent des éléments logiques permettant de s'en servir en commutateur par exemple.

représentation symbolique :



$$S = -(e_1 + 10e_2 + e_3) .$$

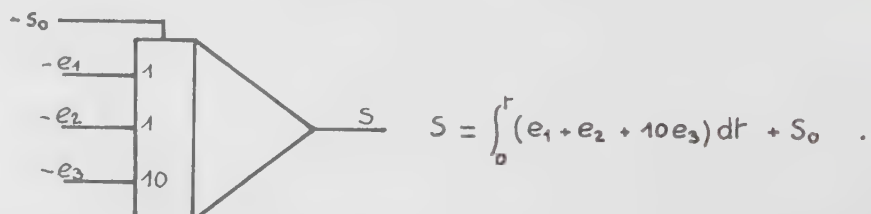
- l'intégrateur sommateur

Si on remplace la résistance de contre réaction par une capacité on obtient un intégrateur.

$$S = -\frac{1}{C} \int_0^t \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{R_i} dt + S_0 .$$

Ces intégrateurs ont aussi 6 entrées avec des résistances de $1 \text{ M}\Omega$ ou $100 \text{ k}\Omega$. Le gain est défini par le choix de la capacité de contre réaction qui peut varier de $10 \mu\text{F}$ à 10 pF . On a donc une gamme de 10^6 . So définit la valeur initiale ; des commandes logiques permettent de commander l'intégrateur sommateur, en sommateur simple, en commutateur ainsi que dans différents modes (conditions initiale, calcul, mémoire, ...). On peut l'utiliser en amplificateur à grand gain comme nous le verrons par la suite.

représentation symbolique :



– Le coefficient

Il permet d'effectuer le produit d'une variable par une constante inférieure à 1; c'est en général un potentiomètre qui est affiché par servo-mécanisme.

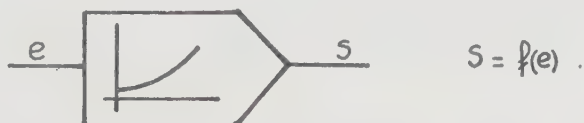


Il existe aussi des potentiomètres numériques qui en plus effectuent un changement de signe.

– Le générateur de fonction

Il délivre une grandeur de sortie en fonction d'une grandeur d'entrée $S = f(e)$. La fonction f est représentée par une suite de segments de droite. Ainsi, pour les courbes d'air des amortisseurs on définit 20 segments par un tableau de 21 points. A partir de ce tableau un sous-programme Fortran élabore une carte perforée qu'il suffira d'introduire dans le lecteur de carte statique du générateur de fonction pour obtenir la courbe désirée.

représentation symbolique :

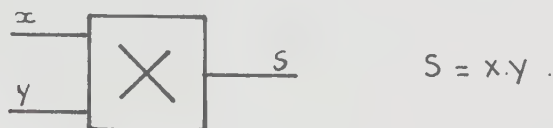


– Le multiplieur

Son but est de faire le produit de deux variables. Les multiplieurs que l'on utilise sont à générateurs paraboliques c'est-à-dire que le produit est le résultat de l'opération :

$$x.y = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}$$

représentation symbolique :



– Les éléments logiques et mixtes

Pour sélectionner les différents états des amortisseurs on est amené à détecter le signe ou le niveau de certaines variables. Ceci conduit à utiliser des éléments mixtes, c'est-à-dire des éléments ayant des entrées analogiques et des sorties logiques ou inversement.

Ce sont :

- le comparateur,
- le commutateur électronique.



$$e_1 + e_2 \geq 0 \Rightarrow S = 1 ,$$

$$e_1 + e_2 < 0 \Rightarrow S = 0 .$$

C : commande logique



$$C = 1 \Rightarrow S = e ,$$

$$C = 0 \Rightarrow S = 0 .$$

Pour représenter les quatre configurations possibles du modèle, il faut valider ou non certaines parties du circuit. On utilise alors des éléments logiques, portes ET, bascules, registres, etc. . .

Un câblage assure la liaison entre tous les éléments nécessaires au problème. Il s'effectue sur un panneau amovible qui est l'équivalent du programme d'exécution en calcul numérique (il y a en fait un panneau analogique et un panneau logique).

La préparation d'un programme analogique mettant en œuvre un nombre important d'éléments est souvent longue et fastidieuse. Il ne suffit pas non plus de pouvoir changer les panneaux de connection pour exécuter successivement différents problèmes ; encore faut-il afficher les potentiomètres, tester les circuits. . . C'est pour faciliter cette mise en œuvre que la CISI (Compagnie Internationale de Services en Informatique) et plus particulièrement le centre de calcul analogique et hybride de Saclay a mis au point un système appelé OPTICA. (Outil de Préparation et de Test Interprétatif pour le Calculateur Analogique et hybride).

II,3 – LE SYSTEME O P T I C A

Ce système concerne la préparation de la partie analogique. Il permet :

- de passer des équations physiques aux équations analogiques,
- de calculer les coefficients, de choisir les constantes d'intégration et les résistances d'entrée,
- d'afficher les potentiomètres,
- de réaliser automatiquement les tests statiques et d'imprimer éventuellement les erreurs.

La mise au point du programme hybride se déroule alors en deux phases. La première est purement numérique tandis que la seconde concerne le câblage et les premiers passages sur le calculateur.

A l'aide du langage Fortran et du système on décrit le problème. Pour cela on définit :

- Une section définissant les valeurs initiales. Au cours de cette section on définit aussi le facteur d'accélération qui est le nombre de secondes réelles correspondant à une seconde machine. On a pris un facteur d'accélération de 20. Cette valeur a été calculée à partir du temps élémentaire nécessaire pour une conversion analogique-digital. Cela revient à définir l'échelle des temps et le système se charge de calculer les nouveaux coefficients intervenant dans les équations différentielles et les modifications éventuelles des conditions initiales.

Exemple : t : temps réel ; t_M : temps machine

$$t_M = k \cdot t$$

Si on utilise la variable $\dot{x}$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt_M} \cdot \frac{dt_M}{dt} = k \frac{dx}{dt_M}$$

- Une section contenant les valeurs des tests statiques. Elle peut être omise au départ puisque ces valeurs serviront à contrôler le câblage du circuit.
- Une section contenant les valeurs maximums. Un calculateur analogique a une tension de référence bien définie (100 V sur le calculateur utilisé) qu'en aucun cas une variable ne peut dépasser. Ceci oblige à calibrer les variables intervenant dans le problème. En fait on suppose implicitement que la tension de référence est égale à 1 et on divise chaque variable par sa valeur maximum pour obtenir la variable analogique.

Exemple : $z = a \cdot x + b \cdot y$

soient z_m , x_m et y_m les valeurs maximums des variables.

Il vient :

$$\left(\frac{z}{z_m} \right) = a \frac{x_m}{z_m} \left(\frac{x}{x_m} \right) + b \frac{y_m}{z_m} \left(\frac{y}{y_m} \right)$$

Lorsque le nombre d'équations est élevé, le calcul devient vite inextricable et un outil tel qu'OPTICA est pratiquement indispensable.

— Une section contenant les équations physiques. Avec des opérateurs propres au système, on décrira les sommateurs, les intégrateurs, les générateurs de fonction, etc. . .

Reprenons l'exemple précédent : $Z = ax + by$, sera écrit :

$$Z = \text{SOMME}(a, x, b, y) .$$

Lorsque ce travail est terminé, on fait un premier passage sur le calculateur numérique. Le résultat est une liste complète de tous les éléments analogiques décrits avec les valeurs des potentiomètres, les gains d'entrée des sommateurs, des intégrateurs, etc. . . Un code d'erreur mentionne les coefficients ou les variables supérieurs à l'unité. Lorsque cette liste est correcte, on commence le câblage.

Après avoir fait un schéma complet du problème, on câble le panneau analogique. Tous les éléments utilisés sont répertoriés. En général, on dispose d'une lettre et de trois chiffres pour repérer l'élément. On fournit alors au système la description complète du câblage élément par élément. Un nouveau passage numérique donne une liste complète de tous les éléments avec leur valeur théorique. Un code souligne les emplois multiples d'un élément.

La planche de la page suivante (planche I) montre la description de deux sommateurs. La place laissée en blanc sous la valeur théorique permettra d'écrire la valeur effectivement lue au moment du test statique.

Le câblage du panneau logique s'effectue pratiquement sans support numérique.

Lorsque le câblage de ces deux panneaux est terminé, on commence les premiers passages hybride. Lorsque les deux panneaux sont montés sur la console analogique, OPTICA affiche les coefficients et gère le déroulement des tests statiques. Lorsque tous ces tests sont terminés, on passe à l'exploitation proprement dite. Par la suite, avant chaque exploitation, on utilisera OPTICA pour afficher les potentiomètres et pour effectuer un certain nombre de tests statiques de manière à contrôler le bon fonctionnement de tous les éléments analogiques.

II,4 — DESCRIPTION DU CABLAGE

Le problème à résoudre est un système à 10 inconnues régi par 10 équations différentielles du second ordre et un certain nombre d'équations intermédiaires servant à exprimer les forces et les variables de sortie. Le câblage des équations différentielles et des équations des forces présentent certaines particularités que l'on va décrire dans les paragraphes suivants.

II,4,1 — Câblage de la partie analogique

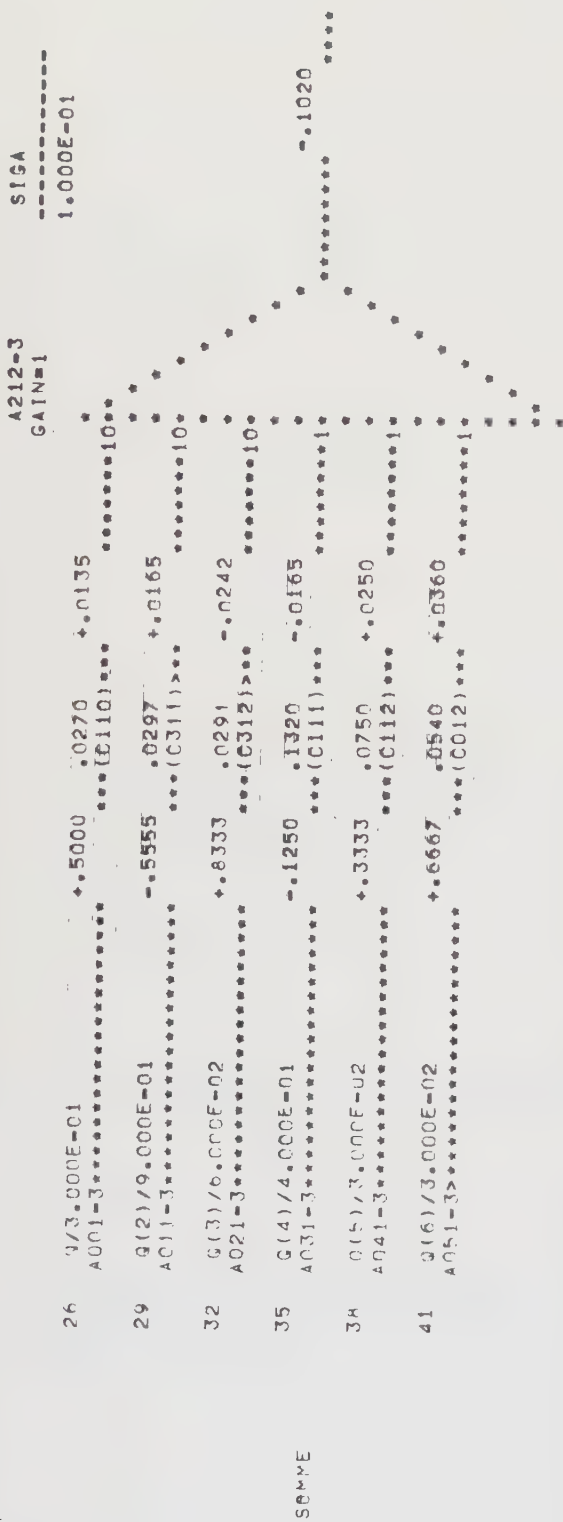
Généralement, pour câbler une équation différentielle du second ordre, on utilise deux intégrateurs qui permettent d'obtenir successivement la dérivée première et la variable elle-même. Or, dans ce problème, lorsqu'un des deux amortisseurs au moins est bloqué, la force agissant sur la cellule au droit de cet amortisseur s'exprime en fonction de toutes les dérivées secondes, premières et des variables elles-mêmes. On a donc un système algébrique implicite, c'est-à-dire un système de la forme :

$$\ddot{Z} = f(\ddot{Z} \dots, \dot{Z} \dots, Z \dots) .$$

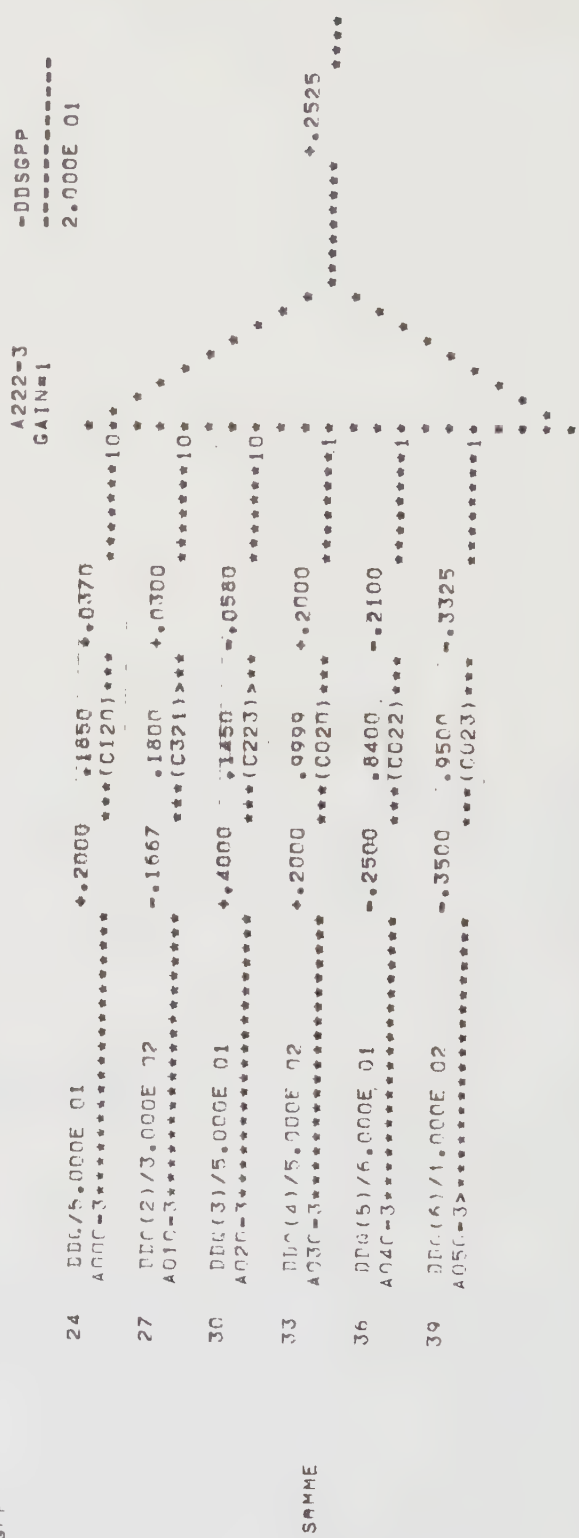
Il faut donc pouvoir disposer des dérivées secondes. Pour cela, on utilise un sommateur avant d'attaquer le premier intégrateur. Ce sommateur est monté en amplificateur à grand gain ; c'est-à-dire que la contre-réaction est extérieure. Dans la section des équations physiques du système OPTICA, on décrit ce genre d'équation par l'opérateur ZÉRO pour lui signaler qu'il y a une boucle algébrique.

Comme les forces F_p et F_a n'ont pas toujours la même expression, on distingue quatre entrées différentes sur ce sommateur qui correspondent aux quatre configurations possibles :

10 SIGA



11 DDSGPP



configurations entrées	Trains débloqués	Train principal bloqué Train avant débloqué	Trains bloqués	Train principal débl. Train avant bloqué
S1	Fp débloqué	0	0	Fp débloqué
S2	Fa débloqué	Fa débloqué	0	0
S3	0	Fp bloqué	Fp bloqué	0
S4	0	0	Fa bloqué	Fa bloqué

Les expressions des forces Fp, Fa lorsque les trains sont débloqués sont données au paragraphe I,4,1 - éq. (1) et (2).

Les expressions des forces Fp, Fa lorsque les trains sont bloqués sont données au paragraphe I,4,3 - éq. (10).

Description des équations différentielles

– Modes rigides

Prenons par exemple l'équation du pompage :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{Z}_G = \frac{1}{M} [2(F_p - \overline{F}_p) + (F_0 - \overline{F}_0)] \quad , \\ \dot{Z}_G = \int_0^t \ddot{Z}_G \, dt \quad , \\ Z_G = \int_0^t \dot{Z}_G \, dt \quad . \end{array} \right.$$

La première équation est décrite par un ZÉRO, c'est-à-dire :

$$0 = \frac{1}{M} [2(F_p - \overline{F}_p) + (F_0 - \overline{F}_0)] - \ddot{Z}_G$$

En fait, cela revient à écrire l'équation du nœud à l'entrée du sommateur. Cette équation est vraie à un coefficient près ; on normalise à 1 le plus grand coefficient ce qui permet d'avoir une entrée directe.

Pour employer l'opérateur ZÉRO il faut connaître plusieurs conditions d'équilibre du système algébrique implicite pour que le calculateur puisse effectuer les tests statiques. Dans ce cas, cela reviendrait à faire un programme numérique pour calculer ces conditions. On a tourné cette difficulté en décrivant un intégrateur à la place du sommateur. L'intégrateur possède une entrée "condition initiale" sur laquelle on enverra pendant les tests statiques la valeur de la dérivée seconde définie arbitrairement tout en restant compatible avec la valeur maximum. Cet intégrateur sera commuté en amplificateur à grand gain au moment du calcul. Cet artifice permet donc de "couper" la boucle algébrique pour effectuer les tests statiques.

Schéma analogique (voir figure 1 de la planche II)

La sélection des entrées S1, S2, S3 ou S4 se fait par l'intermédiaire d'une partie logique décrite plus loin.

— Modes souples

équation analogique du $j^{\text{ème}}$ mode :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{q}_j = \frac{1}{M_j} [-B_j \cdot \dot{q}_j - \delta_j \cdot q_j + 2(F_p - \bar{F}_p) W_{pj} + (F_o - \bar{F}_o) W_{oj}] , \\ \dot{q}_j = \int_0^t \ddot{q}_j \cdot dt , \\ q_j = \int_0^t \dot{q}_j \cdot dt . \end{array} \right.$$

Le câblage des équations relatives aux modes souples est identique à celui des modes rigides avec en plus, un terme d'amortissement visqueux et un terme de raideur.

Schéma analogique (voir figure 2 de la planche II)

Le câblage des 6 modes souples est identique.

— Masses non-suspendues

Lorsque le train est débloqué, l'accélération de ces masses n'est pas introduite dans le reste du circuit. On intègre donc directement les forces :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_o = \int_0^t \frac{1}{m_o} [-(F_o - \bar{F}_o) + (F_{po} - \bar{F}_{po})] \cdot dt , \\ z_o = \int_0^t \dot{z}_o \cdot dt . \end{array} \right.$$

Lorsque le train se bloque la vitesse de déplacement de la masse non suspendue est égale à la vitesse de déplacement du point d'attache du fuselage. Au moment du blocage, une commande logique met l'intégrateur en "condition initiale". Dans ce mode, les entrées normales sont ignorées, seule l'entrée de la condition initiale est validée. On envoie alors sur cette entrée la vitesse du point du fuselage.

Schéma analogique (voir figure 3 de la planche II).

Le sommateur S est monté en commutation c'est-à-dire que sa sortie est égale soit à l'entrée 1 soit à l'entrée 2. Sur l'entrée 1 on envoie la vitesse de déplacement du fuselage au point considéré, sur l'entrée 2 on envoie les valeurs de tests statiques pour contrôler le circuit.

Les sorties des intégrateurs I1 et I2 donnent les vitesses et les déplacements des masses non-suspendues des quatre configurations possibles. Grâce à la logique, on utilise donc qu'un seul circuit pour simuler un avion.

— Déplacement, vitesse et accélération au droit des trains

Pour générer les forces agissant sur la cellule, on a besoin de ces variables. Prenons par exemple le point d'attache du train avant :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_a = Z_G + d_a \cdot \Theta + \sum_{j=1}^6 W_{aj} \cdot q_j , \\ \dot{Z}_a = \dot{Z}_G + d_a \cdot \dot{\Theta} + \sum_{j=1}^6 W_{aj} \cdot \dot{q}_j , \\ \ddot{Z}_a = \ddot{Z}_G + d_a \cdot \ddot{\Theta} + \sum_{j=1}^6 W_{aj} \cdot \ddot{q}_j . \end{array} \right.$$

La sommation des modes souples nécessite pour chaque variable Z_a , $\dot{Z}_a$ et $\ddot{Z}_a$ un sommateur puisque ceux-ci possèdent 6 entrées. Il reste ensuite à sommer ces variables intermédiaires avec les variables correspondantes des

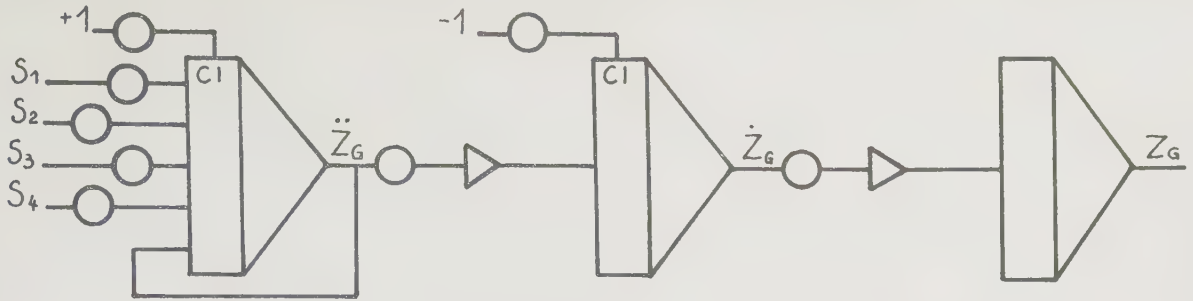


Figure 1

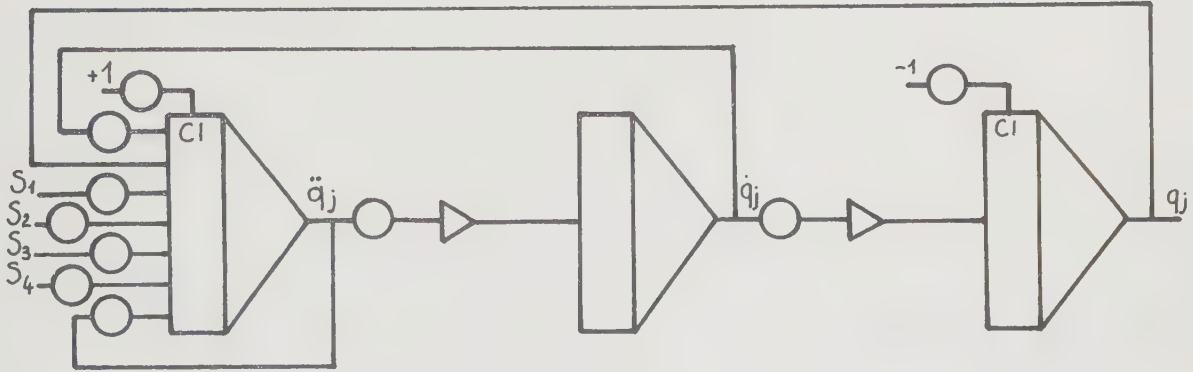


Figure 2

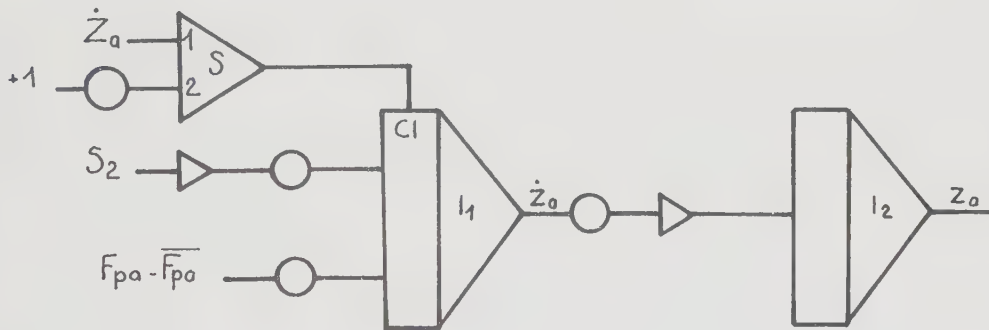


Figure 3

Planche II

modes rigides. Le même nombre de sommateurs est évidemment nécessaire pour exprimer ces variables au droit du train principal.

— Accélération au poste de pilotage et à l'abscisse du centre de gravité

Ce sont encore deux sommations du même type puisque :

$$\ddot{Z}_{pp} = \ddot{Z}_G + d_{pp} \cdot \ddot{\Theta} + \sum_{j=1}^6 W_{ppj} \cdot \ddot{q}_j,$$

$$\ddot{Z}_{cg} = \ddot{Z}_G + \sum_{j=1}^6 W_{cgj} \cdot \ddot{q}_j.$$

La dimension du circuit et notamment le nombre de potentiomètres nécessaires croît donc rapidement avec le nombre de modes souples introduits.

— Enfoncement et vitesse d'enfoncement des trains

Lorsque l'amortisseur est débloqué, on a les équations suivantes :

$$e_o = \bar{e}_o + z_a - Z_a,$$

$$\dot{e}_o = \dot{z}_o - \dot{Z}_a.$$

e_a est connu puisque l'on connaît la force statique s'exerçant sur le train. On alimente donc directement un potentiomètre par la tension de référence.

La sortie de ces sommateurs est encore valable lorsque le train est bloqué. En effet, dans ce cas, la sortie de l'intégrateur donnant $\dot{z}_a$ est égale à $\dot{Z}_a$, ce qui implique que $\dot{e}_a = 0$. Ensuite on intègre $\dot{Z}_a$ pour obtenir z_a , on aura donc e_a constant, ce qui permet d'avoir la force d'air lorsque le train est bloqué.

— Génération des forces agissant sur la cellule

— train débloqué

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_a = F_a^{\text{air}} + K_a' \cdot \dot{e}_a^2 + f_a^c & \text{si } \dot{e}_a > 0, \\ F_a = F_a^{\text{air}} - (K_a'' \cdot \dot{e}_a^2 + f_a^c) & \text{si } \dot{e}_a < 0, \\ \overline{F}_a = \overline{F}_a^{\text{air}} & . \end{array} \right.$$

Comme on l'a vu, l'affichage des valeurs de la courbe d'air se fait par une carte que l'on introduit dans un générateur de fonction, la variable d'entrée de ce générateur étant e_a .

Pour générer ces forces, il faut distinguer le signe de la vitesse d'enfoncement de l'amortisseur. Pour cela on compare la valeur de cette vitesse à zéro. La variable logique élaborée à partir de ce comparateur permet de réaliser les commutations nécessaires.

Schéma analogique (figure 1 de la planche III)

Les intégrateurs I3 et I4 sont montés en commutation. Ils laissent passer soit $(\dot{e}_a)^2$ soit zéro. Les portes électroniques (P1, P2, P3) délivrent un courant ; la sortie de ces portes doit être connectée sur un amplificateur. L'entrée particulière de l'intégrateur utilisé joue ce rôle.

La porte P3 est commandée par la variable logique définissant l'état de l'amortisseur (bloqué ou débloqué). Elle est passante lorsque le train est débloqué.

— train bloqué

$$F_a = -m_a \cdot \ddot{Z}_a + (F_{pa} - \overline{F}_{pa}) + \overline{F}_a .$$

schéma analogique (voir figure 2 de la planche III).

La variable logique qui commande la porte P4 est le complément de la porte P3.

— Génération des forces relatives aux pneumatiques

$$F_{pa} - \overline{F}_{pa} = -k_a(z_a - h_a) - k_{ah}(\dot{z}_a - \dot{h}_a) .$$

Il faut donc générer l'aplatissement et la vitesse d'aplatissement du pneumatique.

Pour cela, on dispose des hauteurs de piste qui sont les déplacements imposés au système. Elles sont fournies numériquement au calculateur digital qui par l'intermédiaire d'un convertisseur digital-analogique excite le circuit.

L'aplatissement du pneumatique est de l'ordre de quelques centimètres. Il résulte de la différence de deux grandeurs importantes car on veut conserver une dynamique suffisante qui permette de simuler le décollage des avions sur des pistes réelles. Le dénivèlement d'une piste peut atteindre plusieurs mètres entre le début et la fin du roulage.

Soit AA la variable d'aplatissement du pneu. L'équation analogique s'écrit :

$$\left(\frac{AA}{AA_{\text{max}}} \right) = \frac{Z_{a\text{max}}}{AA_{\text{max}}} \left(\frac{Z_a}{Z_{a\text{max}}} \right) - \frac{h_{a\text{max}}}{AA_{\text{max}}} \left(\frac{h_a}{h_{a\text{max}}} \right) .$$

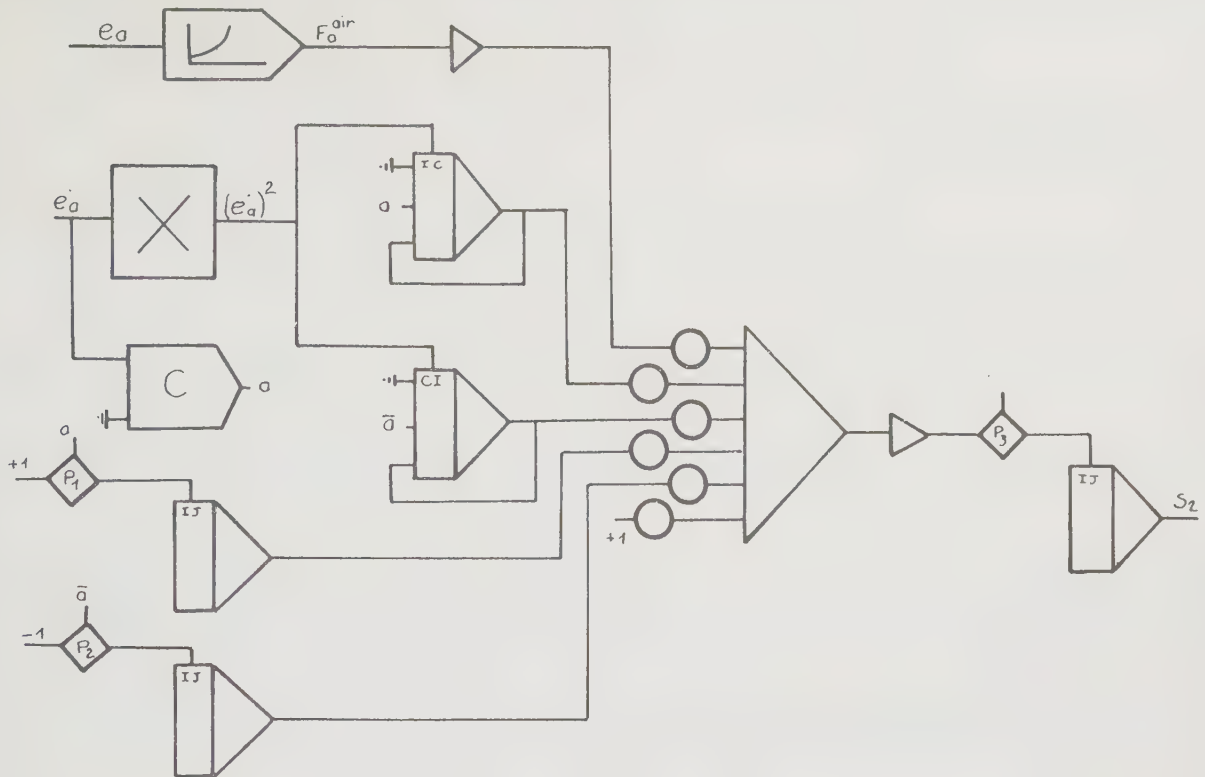


Figure 1

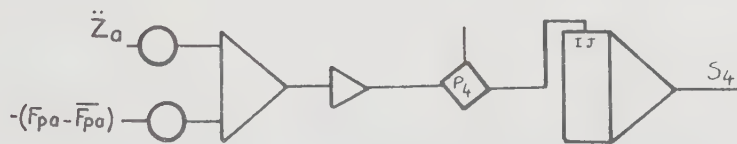


Figure 2

Planche III

Les schémas relatifs à la génération des forces agissant sur la cellule au droit du train principal sont analogues.

Si les rapports $\frac{Z_{a\max}}{AA_{\max}}$ et $\frac{h_{a\max}}{AA_{\max}}$ sont trop grands, on multiplie d'autant l'erreur sur la variable et la précision du calcul est détériorée. On a pris ces rapports égaux à 10 ; la dynamique du système étant de ± 4 m et l'aplatissement du pneumatique $\pm 0,4$ m.

On aurait pu aussi calculer numériquement la dérivée des hauteurs de piste et l'introduire dans le circuit en utilisant un convertisseur digital-analogique. La place disponible en mémoire centrale aurait été réduite d'autant et le nombre de variables de sortie acquises au cours d'un essai s'en serait trouvé diminué. On a donc construit un dérivateur analogique.

Schéma analogique (voir figure 1 de la planche IV).

Le sommateur est monté en amplificateur à grand gain si bien que l'on peut écrire :

$$h_a + \beta \cdot S + \frac{\kappa}{p} S = 0, \quad p = j\omega$$

d'où

$$S = - \frac{p}{\kappa + \beta p} h_a.$$

K permet d'obtenir un gain de 1 entre les variables physiques, les valeurs maximums de la variable et de sa dérivée n'étant pas les mêmes.

β limite la bande passante du dérivateur.

— Force de déblocage des trains

$$F_o^c = -m_o \ddot{Z}_o - (F_o^{air} - \overline{F}_o) + (F_{pa} - \overline{F}_{pa}) ,$$

Pour qu'un amortisseur se bloque, il faut que $\dot{e}_o = 0$ et $|F_o^c| < 2 \beta_o^c$,

On dispose de toutes les variables intermédiaires dont on a besoin, il suffit donc d'en faire la somme et de prendre la valeur absolue (voir schéma - figure 2 de la planche IV).

On compare donc cette force à zéro et selon son signe on l'envoie directement ou son opposé sur le comparateur C2 qui à son tour fournira un signal logique selon la valeur de $|F_o^c|$ par rapport au seuil de déblocage.

— Fonction TRAIN

Il est intéressant de connaître l'état des trains au cours du décollage. On a donc construit la fonction suivante :

TP \ TA	Db.	Bl.
Débloqué	0	0,4
Bloqué	0,2	0,6

On a aussi élaboré un certain nombre de variables de sorties telles que l'accélération des masses non suspendues et les forces agissant sur le fuselage au droit des trains.

En validant ou non diverses parties du circuit on a pu simuler les quatre configurations possibles du modèle. La logique nécessaire est décrite dans le paragraphe suivant.

II,4,2 — Câblage du panneau logique

Le système OPTICA ne permet pas de décrire le panneau logique. Seuls les gains des intégrateurs apparaîtront sur la liste des éléments analogiques. La sélection de la capacité de contre réaction se fait par l'intermédiaire de boutons poussoirs (lent, normal, rapide et seconde ou milliseconde) et d'une fiche enfoncée dans le panneau logique sur l'élément considéré.

— Intégrateurs montés en amplificateur à grand gain

Les éléments qui calculent les dérivées secondes des modes souples et des modes rigides sont décrits dans OPTICA comme des intégrateurs. Sur la console ils sont en fait câblés comme des amplificateurs à grand gain et l'entrée "condition initiale" de l'intégrateur ne sera pas validée quand on passera en mode "condition initiale" ou en "test statique". Pour qu'elle le soit, il faut que l'entrée logique IC de l'intégrateur soit égale à 1. On réalise un OU logique entre les modes "condition initiale" et "test statique".

Schéma (voir figure 3 de la planche IV).

— Commande des intégrateurs calculant la vitesse des masses non-suspendues

Ces intégrateurs sont commandés en "condition initiale" chaque fois que le train se bloque et au cours des tests statiques puisque l'on peut définir une vitesse d'enfoncement non nulle de l'amortisseur. Il faut donc faire un OU logique entre la commande de test statique, de condition initiale et la variable logique définissant le blocage du train.

— Commande des sommateurs montés en commutation

Un certain nombre de sommateurs sont montés en commutation, notamment pour élaborer des variables de sortie. Il suffit d'introduire la variable logique qui commandera la commutation dans l'entrée correspondante du panneau logique.

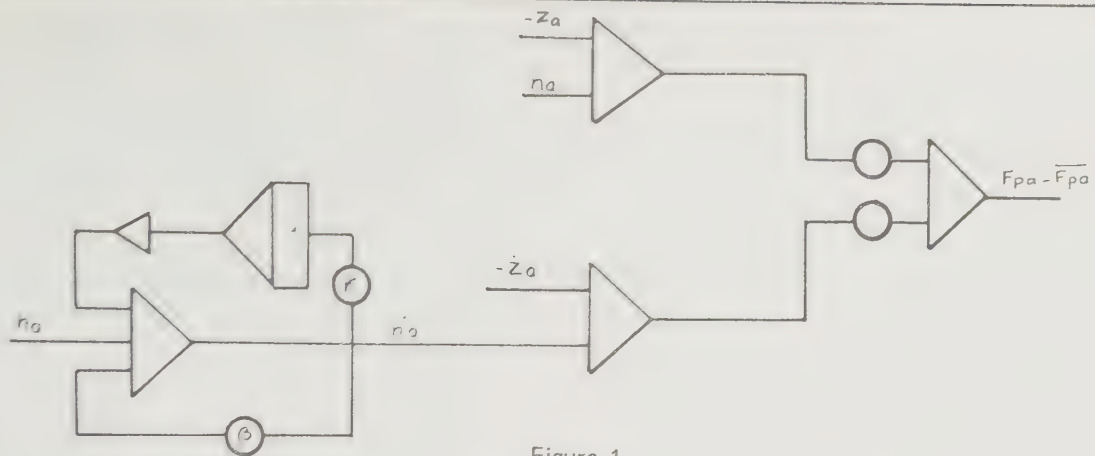


Figure 1

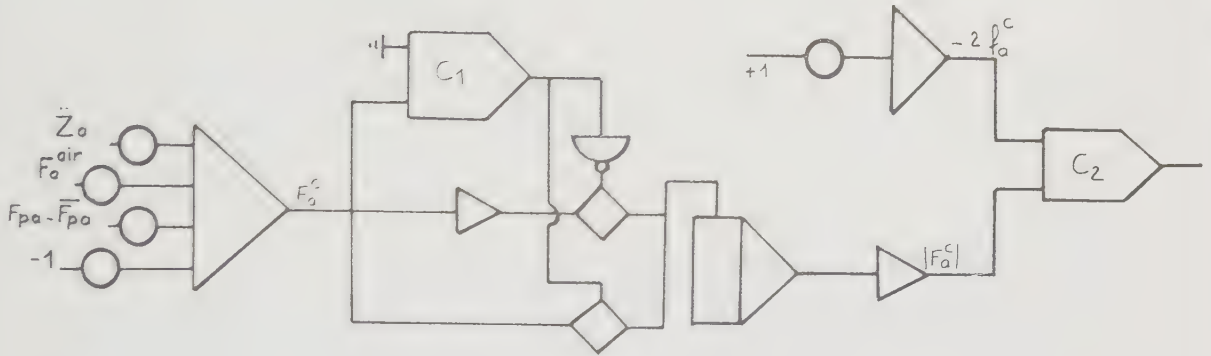


Figure 2

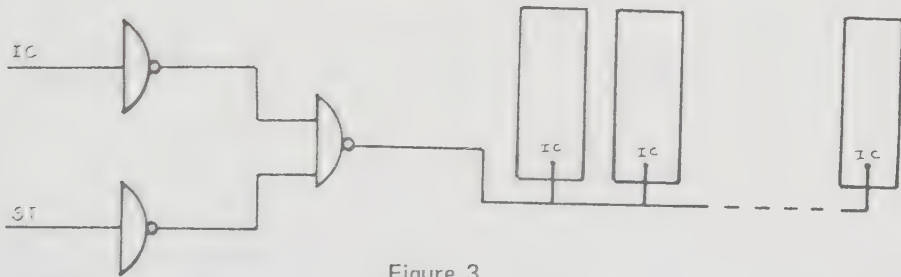


Figure 3

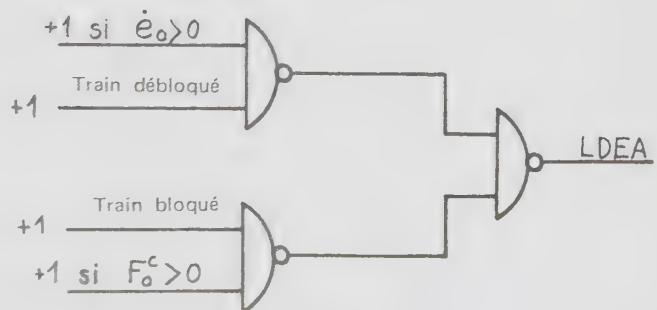
Planche IV

-- Elaboration de la logique concernant le blocage ou le déblocage

La variable logique issue du comparateur donnant le signe de la vitesse d'enfoncement de l'amortisseur n'est pas utilisée directement pour générer la force agissant sur la cellule au droit du train car il faut pouvoir déterminer ce signe au moment où l'amortisseur se déblocage. Le signe de la force de déblocage (F_a^c) qui est en fait la force agissant sur le patin schématisant le frottement sec permet de lever cette indétermination car le mouvement débutera nécessairement dans le sens défini par cette force.

C'est la variable LDEA qui commande les intégrateurs montés en commutation et les portes électroniques utilisés pour générer la force agissant sur la cellule.

Le test permettant d'établir s'il y a blocage ou non se fait au moment où la vitesse e_a passe par zéro. On crée alors une impulsion, de l'ordre de la microseconde, en envoyant la variable logique LDEA et son complément sur deux différentiateurs. Chaque fois que LDEA passera du niveau 1 à 0 ou inversement, on aura



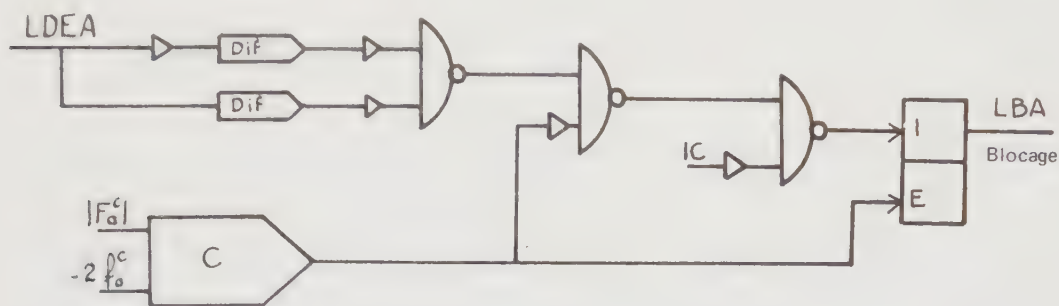
une impulsion sur le OU logique placé après ces différentiateurs. Cette impulsion arrive à l'entrée d'une porte ET. Sur son autre entrée, cette porte reçoit la sortie complémentée du comparateur testant le niveau de la force de déblocage par rapport au seuil de Coulomb. Cette porte sera passante le temps que durera l'impulsion. Si la force de blocage est inférieure au seuil de Coulomb, la sortie complémentée du comparateur sera égale à 1 et la sortie directe de cette porte validera l'entrée inscription d'une mémoire du type "entrée exclusive". Sur la commande effacement de la mémoire, on envoie la sortie directe du comparateur. Si on est bloqué et que la force $|F_a^c|$ devient supérieure au seuil on commande l'effacement.

Rappelons qu'une mémoire est un système séquentiel élémentaire que l'on peut placer dans un état interne durable au moyen d'ordres fugitifs.

- I entrée d'inscription,
- E entrée d'effacement.

Le mot d'entrée $IE = 10$ provoque l'inscription, le mot $IE = 01$ provoque l'effacement et le mot $IE = 00$ commande le maintien en mémoire de l'information s'y trouvant antérieurement. Dans ce problème, le mot $IE = 11$ n'est pas possible.

Pour commander l'inscription, on a intercalé un OU logique avec la condition initiale afin d'être en configuration bloquée avant chaque calcul.



Le schéma logique pour le train principal est identique.

Les hauteurs de piste sont stockées sur une bande magnétique numérique. On introduit donc dans le système un signal échantillonné. Pour ne pas perdre d'informations lorsque la vitesse de l'avion augmente, on a choisi une période d'échantillonnage suffisamment faible ; $\Delta t = 0,006$ s ce qui représente 5000 valeurs pour définir la piste. Les variables de sortie seront elles aussi discrétisées et numérisées à la même fréquence. Pour cela, on câble une logique de synchronisation qui permet de faire au cours d'un essai une séquence de conversion. Le temps machine d'un essai va dépendre du nombre de conversions à réaliser. On peut numériser quatre variables à raison de 5000 points par variable en 1,3 s. On a donc défini un temps machine de 1,5 s par essai ce qui représente un facteur d'accélération de 20. Ce temps correspond évidemment au temps de calcul, les données et les résultats étant en mémoire centrale. Pour un essai complet, c'est-à-dire en comptant en plus l'acquisition des données et l'écriture des résultats, le temps total nécessaire est de 6 secondes environ.

11,4,3 — Différences de câblage entre les trois avions

Ces différences ne concernent que le câblage analogique.

- Les variations des valeurs maximums des variables et les caractéristiques numériques des appareils entraînent des différences de gain à l'entrée des sommateurs et des intégrateurs. Telle variable entrant avec un gain de 1 sur un sommateur pour définir le premier modèle par exemple, entrera avec un gain de 10 pour le second.
- Les déplacements généralisés changent non seulement de valeur mais aussi de signe. Il faut donc introduire ou supprimer des inverseurs sur les variables en cause. Elles sont nombreuses puisqu'elles concernent les déplacements, les vitesses et les accélérations au droit des trains, les accélérations à l'abscisse du centre de gravité et au poste de pilotage, et enfin les forces généralisées.

II,5 – ORGANISATION DU PROGRAMME

On travaille en overlay afin de numériser le plus grand nombre possible de variables de sortie par essai. Le programme numérique comprend une racine et deux segments.

— OPTICA constitue le premier segment. Une fois qu'il est exécuté, il est remplacé en mémoire centrale par le segment suivant appelé DYNAMI.

— DYNAMI gère le déroulement des essais. Par essai on numérise quatre variables. Si l'on veut sortir plus de variables, on recommence l'essai dans les mêmes conditions et on numérise quatre autres variables. A la fin du premier essai, on aura comme résultat :

- l'accélération au poste de pilotage,
- l'accélération à l'abscisse du centre de gravité,
- la fonction train,
- le tangage.

Après le second essai :

- la force agissant sur la cellule au droit du train principal,
- la force agissant sur la cellule au droit du train avant,
- l'accélération de la masse non-suspendue principale,
- l'accélération de la masse non-suspendue avant.

On peut faire aussi plusieurs essais sur la même piste en changeant le niveau du seuil de blocage des amortisseurs.

Voir ci-contre l'organigramme du sous-programme DYNAMI.

II,6 – COMPARAISON DES RÉSULTATS

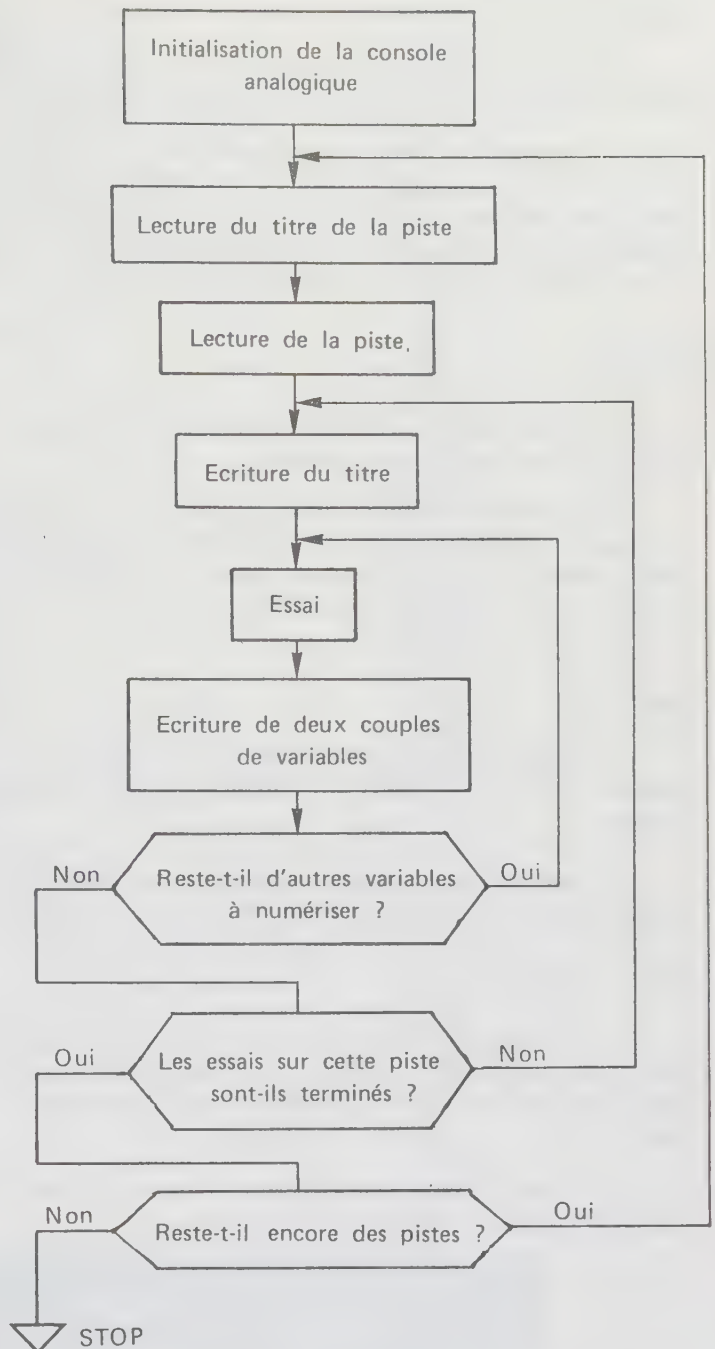
Les trois appareils que l'on a simulé ont subi des campagne d'essais de roulage au cours desquelles les accélérations au poste de pilotage et à l'abscisse du centre de gravité ont été enregistrées. Ces enregistrements vont permettre d'établir des comparaisons avec les résultats obtenus sur le simulateur.

La piste de Blagnac est utilisée pour le Concorde et l'Airbus, la piste d'Istres pour le Mercure.

Le décollage se fait à accélération constante, une interpolation numérique permet de fournir au calculateur les hauteurs de piste équi-réparties dans le temps. La définition des hauteurs de piste est le demi-millimètre. L'accélération est de $3,75 \text{ m/s}^2$, ce qui donne une vitesse de 112 m/s à la fin du processus de décollage.

Les comparaisons que l'on fait sont des comparaisons qualitatives sur des enregistrements graphiques ; elles ne peuvent donc porter que sur une vue générale du phénomène. On se rappellera à cette occasion que le modèle mathématique choisi n'est qu'une approximation de la réalité et que notamment tous les modes au delà de 10 hertz ont été tronqués.

DYNAMI



CONCORDE 001

Les fréquences résultant du calcul sont semblables à celles des essais expérimentaux. On remarque notamment la participation importante du premier mode souple (2,35 Hz) après quinze secondes de roulage.

Les amplitudes calculées sont supérieures à celles enregistrées au cours de la campagne d'essais (de l'ordre de 15 % pour un niveau de force de Coulomb égal à 4 % de la charge statique sur le train). Ceci s'explique par le fait que l'on a négligé l'amortissement aérodynamique qui est important par rapport à l'amortissement de structure lorsque l'on arrive à une vitesse de 100 m/s. Les vibrations les plus importantes apparaissent après quinze secondes de roulage ; cinq secondes plus tard le niveau moyen s'affaiblit, ce qui correspond au cas réel.

AIRBUS

Les essais expérimentaux font apparaître des fréquences légèrement supérieures à celles du calcul ; elles sont plus élevées que sur le Concorde.

Les amplitudes calculées sont aussi supérieures à celles relevées au cours des essais. Les niveaux les plus importants apparaissent en fin de décollage. Lorsque l'on augmente le niveau de la force de Coulomb, le niveau des accélérations croît. Les pointes maximums d'accélérations passent de 6 m/s^2 à 8 m/s^2 lorsque le niveau de la force de Coulomb varie de 4 à 8 % de la charge statique sur le train.

MERCURE

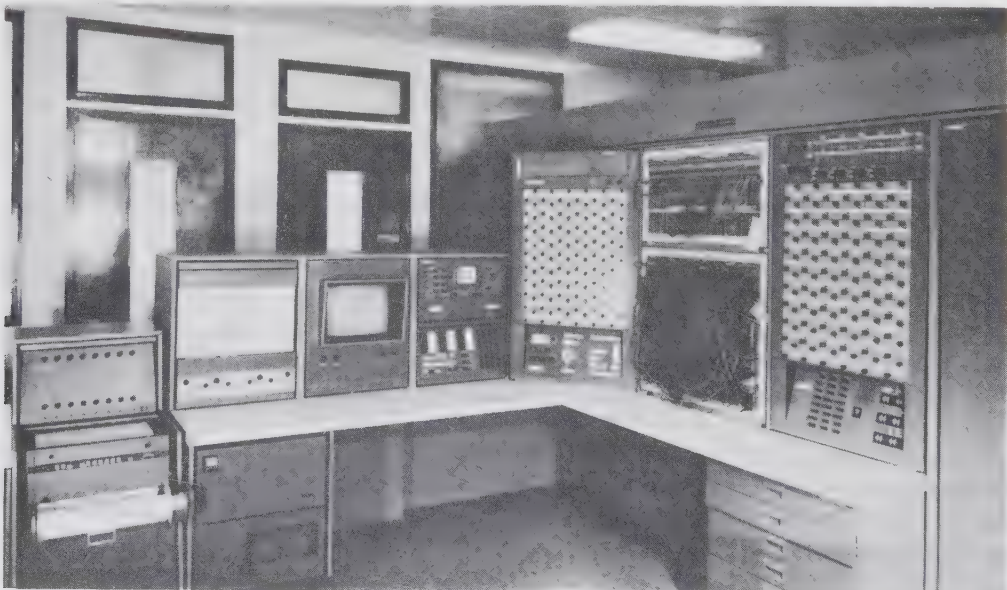
Les essais expérimentaux qui nous sont parvenus ne nous ont pas permis d'établir des comparaisons aussi précises que sur le Concorde et l'Airbus, toutefois, il semble que ce soit le mode voisin de 5 Hz qui réponde le plus.

Les planches V, VI et VII représentent les accélérations au poste de pilotage et à l'abscisse du centre de gravité, respectivement du Concorde, de l'Airbus et du Mercure décollant sur la piste de Blagnac.

II,7 — CONCLUSION

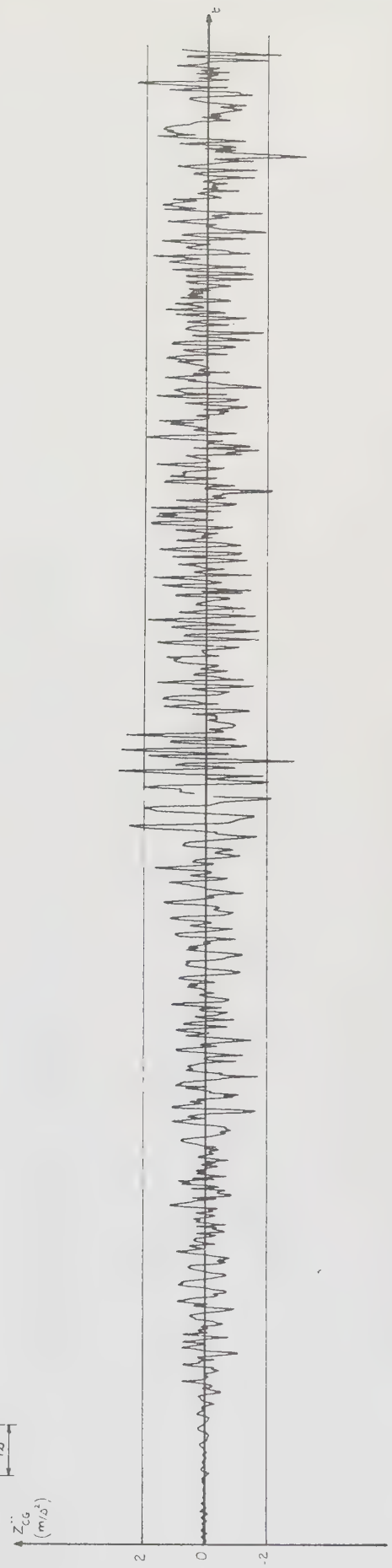
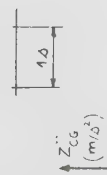
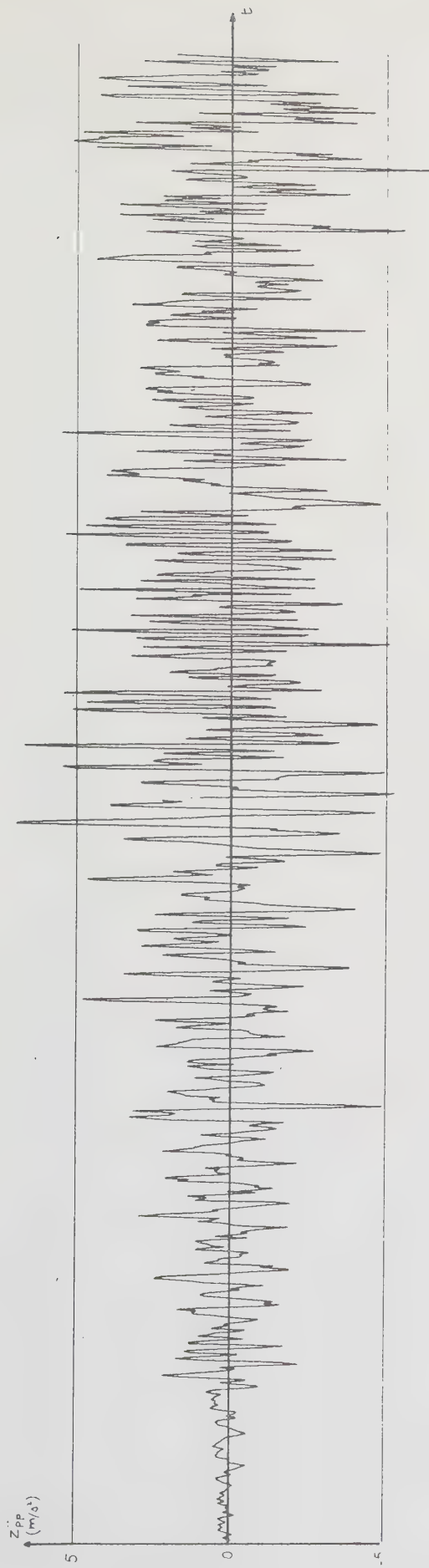
La simulation hybride s'avère mieux adaptée à ce problème qu'une simulation purement numérique. Elle a été rendue possible par l'utilisation d'un ordinateur moderne comportant un nombre important d'éléments puisqu'il a fallu plus de 200 potentiomètres et une centaine de sommateurs et d'intégrateurs pour câbler ce problème.

Les résultats obtenus caractérisent suffisamment bien le problème du roulement pour nous permettre d'étudier maintenant les pistes elles-mêmes.

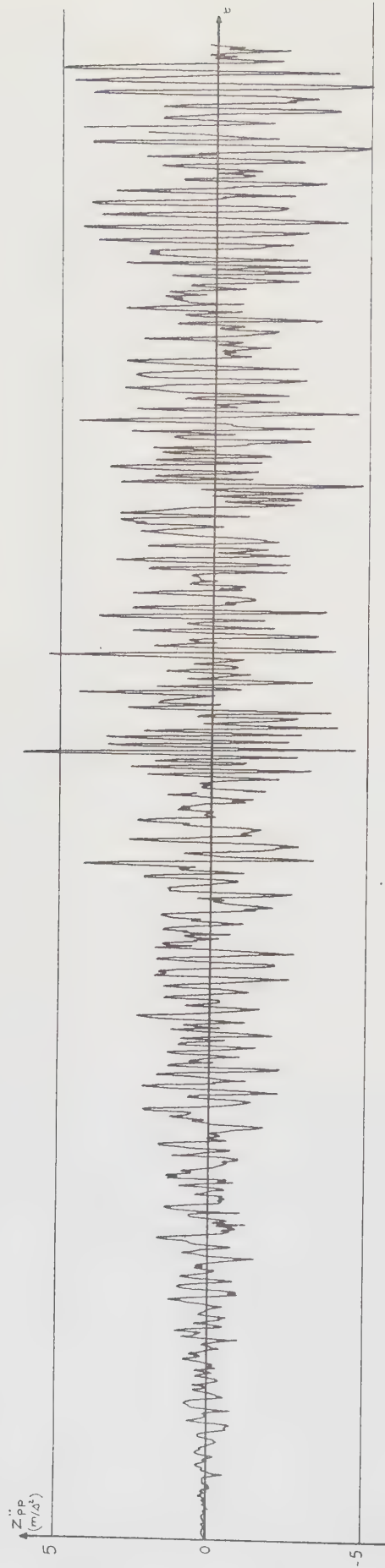


La console EAI 8800 et ses périphériques.

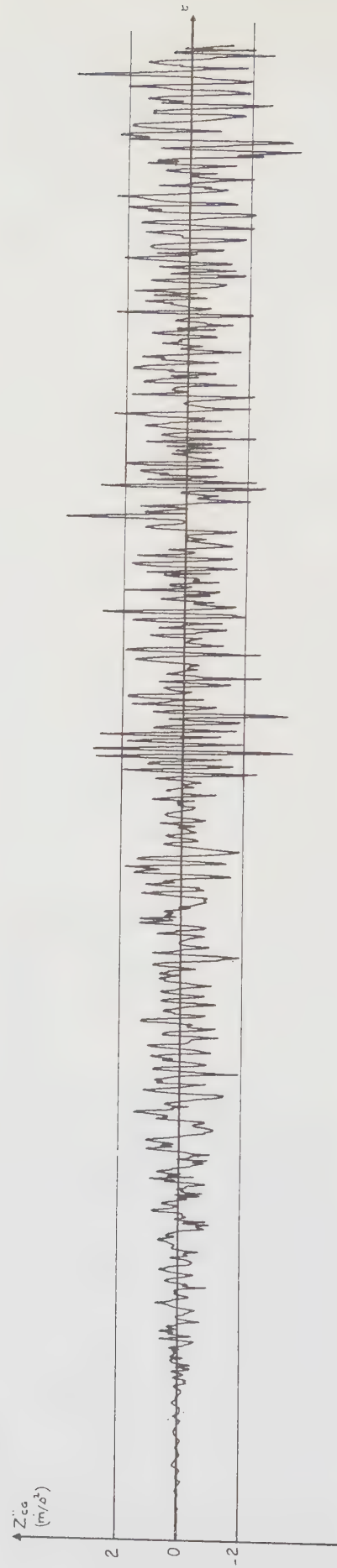
CONCORDE



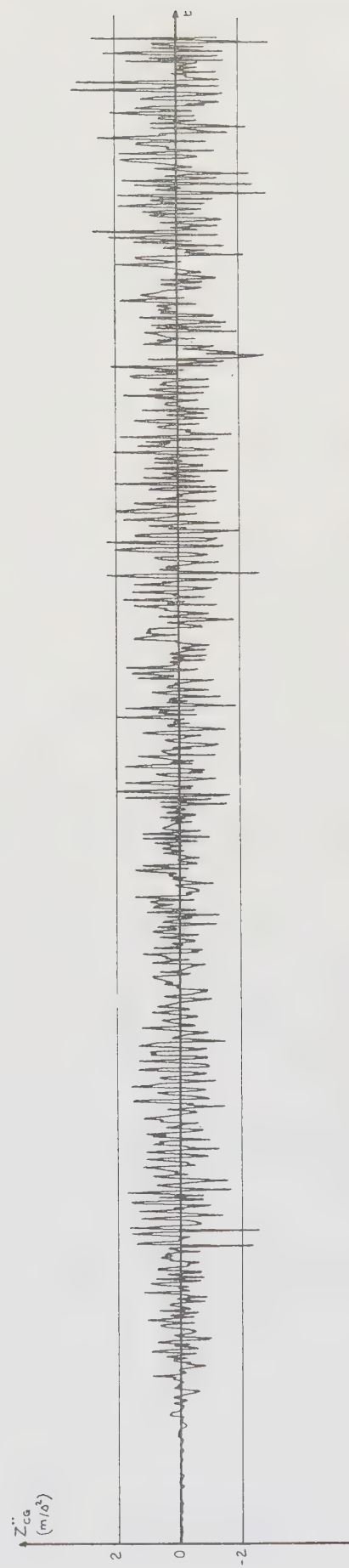
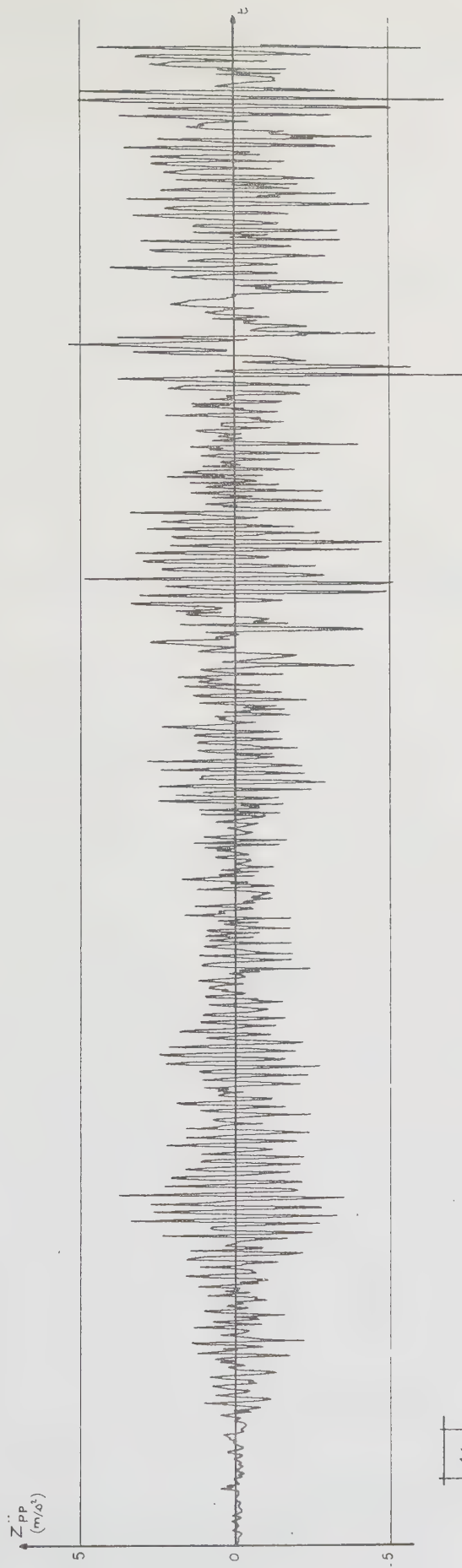
AIRBUS



1.0



MERCURE



III — EXPLOITATION

Avant d'étudier directement le comportement des avions sur des pistes synthétiques d'une part, et des pistes réelles d'autre part, il convient de définir ce qu'est une piste d'aérodrome. Les normes françaises précisent les caractéristiques géométriques des pistes ainsi que les moyens mis en œuvre pour les contrôler.

III,1 — CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DES PISTES D'AÉRODROME ET LEURS MOYENS DE CONTROLE

- Une lettre d'identification est affectée à chaque piste selon sa longueur.

A	2100 m et plus
B	de 1500 à 2100 m
C	de 900 à 1500 m

Ensuite, selon chaque lettre, les normes préciseront les critères à respecter. Ces normes distinguent deux grandes parties, à savoir :

- les pentes,
- l'état de la chaussée.

III,1,1 — Les pentes

- Pente longitudinale moyenne

La pente obtenue en divisant la différence des niveaux maximum et minimum le long de l'axe de la piste par la longueur de la piste ne doit pas excéder :

- 1 % pour les aérodromes de catégories A et B,
- 1,5 % pour les aérodromes de catégories C.

- Pente longitudinale maximum

Il est recommandé qu'aucune portion de piste ne présente une pente longitudinale supérieure à :

- 1,2 % pour les aérodromes de catégorie A,
- 1,5 % pour les aérodromes de catégorie B,
- 2 % pour les aérodromes de catégorie C.

- Changement de pente longitudinale

Lorsqu'il est impossible d'éviter des changements de pente longitudinale, l'OACI (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) recommande que le changement de pente entre deux segments consécutifs n'excède jamais 1,5 % pour les aérodromes de catégories A, B et C.

Les normes françaises ne donnent aucune précision à ce sujet.

- Passage d'une pente à une autre

Le passage d'une pente à une autre doit être réalisé par des courbes de raccordement le long desquelles il convient de ne pas dépasser des valeurs de pente par section de 30 m, à savoir : 0,3 % par 30 m pour les aérodromes de catégories A et B.

Sur ce point, les normes OACI sont plus sévères puisqu'elles préconisent : 0,1 % par 30 m pour les aérodromes de catégories A et B.

– Distance entre changement de pente

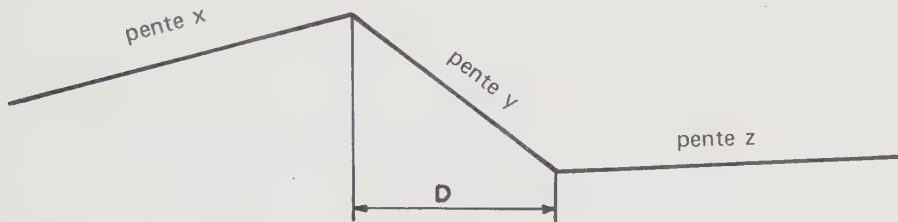
Il est recommandé que la distance entre les points d'intersection de deux courbes consécutives ne soit pas inférieure au produit de la somme des valeurs absolues des changements de pente correspondants par une longueur de référence :

7500 m pour les aérodromes de catégories A, B et C,

donc $D \geq 7500 (|x - y| + |y - z|) \text{ m.}$

Les normes OACI conseillent 30 000 m pour les aérodromes de catégories A et B.

$D \geq 30\,000 (|x - y| + |y - z|) \text{ m.}$



III,1,2 – Surface des pistes

Compte tenu des moyens existant pour la réalisation des chaussées de piste il est exclu d'envisager un profil réel de piste strictement conforme à celui du projet.

Ainsi, sur la base du profil théorique défini en accord avec les normes précédentes, il est admis des écarts par rapport à ce profil.

– Nivellement

Pour un réglage de nivellement par rapport à des repères indépendants de la chaussée définissant le profil théorique, la tolérance des écarts constatés par rapport aux cotes prescrites est fixée à $\pm 1 \text{ cm.}$

Le contrôle est en général exécuté tous les 25 m et les tolérances doivent être respectées pour 95 % des points.

– Uni du revêtement

Ce contrôle est effectué en appliquant sur la surface du revêtement réalisé une règle de 3 m de longueur.

La hauteur maximum entre le bord inférieur de la règle et la surface de la chaussée doit rester en tout point inférieur à 0,3 cm.

Toutes ces spécifications visent donc à définir des critères de qualité des profils en long des pistes d'aérodrome. Comme on le verra au paragraphe suivant, la règle de 3 m n'est pas suffisante pour caractériser un état de surface ; on utilise donc d'autres appareils.

III,1,3 – Moyens de contrôle

– La règle roulante de 3 mètres

C'est une règle roulante comportant deux roues distantes de 3 m et une roulette auscultatrice en son milieu.

Fonction de transfert de la règle :

soit ℓ la longueur d'onde de la sinusoïde,

soit L la longueur de la règle,

Z_p : l'élongation de la piste

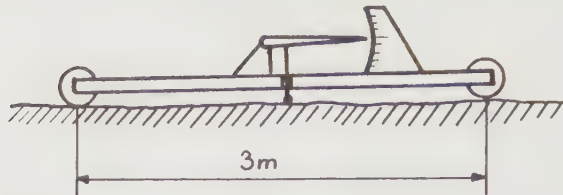
Z_v : l'élongation du point de mesure solidaire de la règle

$$H(\ell) = \frac{Z_p - Z_v}{Z_p} = 1 - \frac{Z_v}{Z_p}$$

$$Z_p = a \cdot \cos \frac{2\pi}{\ell} x$$

$$Z_v = \frac{a}{2} \left[\cos \frac{2\pi}{\ell} \left(x - \frac{\ell}{2} \right) + \cos \frac{2\pi}{\ell} \left(x + \frac{\ell}{2} \right) \right]$$

$$H(\ell) = 1 - \cos \frac{\ell}{2} \pi$$



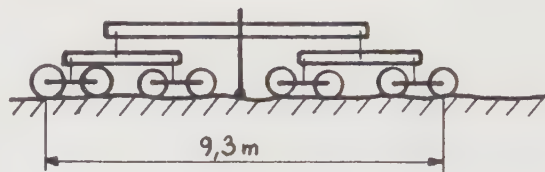
Cette règle ne donne donc des informations valables que pour des longueurs d'onde voisines de 3 m. Elle permet de contrôler que la piste ne comporte pas de flaches trop importants qui seraient favorables à la formation de flaques d'eau, mais ne peut prétendre caractériser la rugosité.

Sur le même principe, on a construit un appareil un peu plus élaboré connu sous le nom de viagraphe.

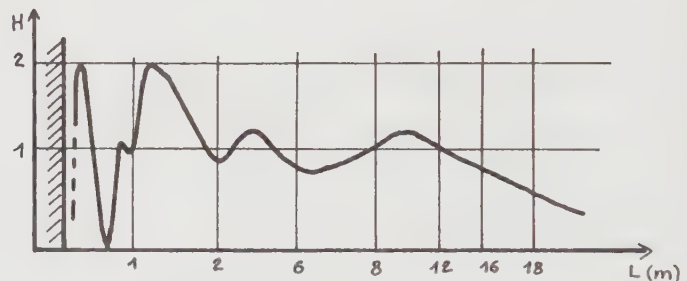
— Le viagraphe

Cet appareil est constitué de n roues équidistantes. La fonction de transfert $H(\ell)$ est égale à :

$$H(\ell) = 1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\sin \frac{\pi L n}{(n-1)\ell}}{\sin \frac{\pi L}{(n-1)\ell}}$$



Le viagraphe permet donc d'explorer une gamme de longueurs d'onde un peu plus étendue que la règle mais son emploi reste fastidieux. C'est pourquoi le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées a mis au point un appareil tracté appelé analyseur dynamique de profil en long.

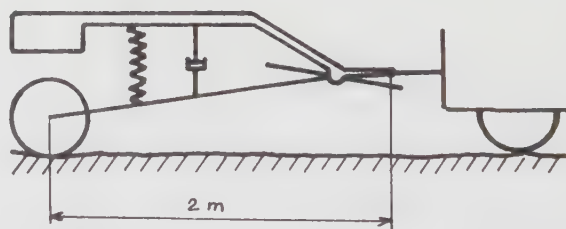


— Analyseur dynamique de profil en long

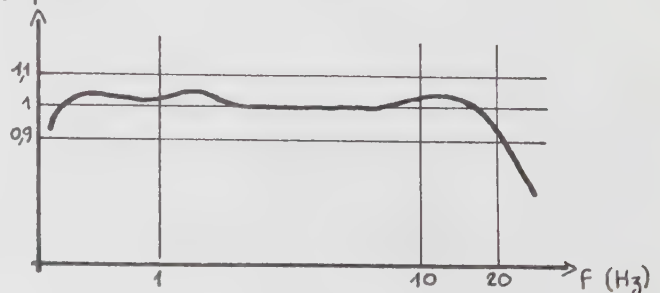
Cet appareil a une réponse fréquentielle c'est-à-dire variable avec la vitesse d'essai.

Il est composé par :

- un bras rigide équipé d'une roue,
- un châssis lesté reposant sur le bras par un ressort et un amortisseur,
- un attelage avec cardan,
- un pendule inertiel servant de référence pour mesurer les débattements angulaires du bras rigide.



amplitude



Sa fonction de transfert est relativement plate entre 0,5 Hz et 20 Hz, ce qui permet d'analyser les longueurs d'onde comprises entre 1 et 50 mètres lorsque cet appareil est tracté à 72 km/h. La densité spectrale calculée à

partir des signaux enregistrés sur une bande magnétique analogique détermine la répartition des énergies des différentes longueurs d'onde constituant la chaussée.

Cette étude va permettre en outre de préciser si ces appareils sont adaptés au contrôle des pistes.

III,2 – PISTES SINUSOIDALES

Pour déterminer quelles étaient les longueurs d'onde les plus néfastes à la sécurité et au confort du pilote on a généré un certain nombre de pistes sinusoidales. Les paramètres caractéristiques de ces pistes sont évidemment l'amplitude et la longueur d'onde qui varient en respectant ou non les normes énoncées au paragraphe précédent.

Une première série d'essais a permis de constater que les longueurs d'onde supérieures à 100 m avait une influence négligeable sur le niveau des vibrations au poste de pilotage mais que par contre les longueurs d'onde voisines de 15 m avaient un effet prépondérant.

La hauteur de la piste est définie par :

$$y(x) = \frac{\alpha L}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{L} x ,$$

α représente la pente maximum de la sinusoïde.

Pour chaque longueur d'onde, on a pris 6 valeurs différentes du paramètre α .

L (m)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
-------	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

avec

α	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

et

L (m)	14	15	16	17	18	20	22	24	30	40	50	100
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

avec

α	0,0005	0,0015	0,0025	0,0035	0,0045	0,0055
----------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Cela représente donc 138 pistes que l'avion parcourt à accélération constante.

L'analyse des résultats a porté essentiellement sur l'accélération au poste de pilotage et à l'abscisse du centre de gravité. On a étudié successivement la valeur efficace et la densité spectrale de ces deux signaux.

III,2,1 – Valeur efficace

Dans un premier temps, le calcul de la valeur efficace a été effectué sur toute la durée du processus de décollage, soit 30 secondes.

$$V_{ef} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T \ddot{Z}_{pp}^2 \cdot dt \right]^{1/2} .$$

Comme $\ddot{Z}_{pp}$ est un signal échantillonné, on a :

$$T = N \cdot \Delta t \quad \text{avec } N = 5000$$

donc $\ddot{Z}_{ppi} = \ddot{Z}_{pp}(i \Delta t) ,$

d'où

$$V_{ef} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ddot{Z}_{ppi}^2 \right]^{1/2} .$$

La valeur efficace ainsi calculée ne donne qu'une idée assez vague des amplitudes maximums auxquelles le pilote a été soumis. On a donc calculé la valeur efficace sur un temps T égal à 1 seconde et ceci toutes les secondes afin d'obtenir "l'enveloppe" du signal et de faire apparaître les résonances.

Soit $p = \frac{T}{\Delta t} ,$

$$V_{ef}(n) = \left[\frac{1}{p} \sum_{i=0}^{p-1} \ddot{Z}_{ppi+np}^2 \right]^{1/2} \quad n \in [0, 29]$$

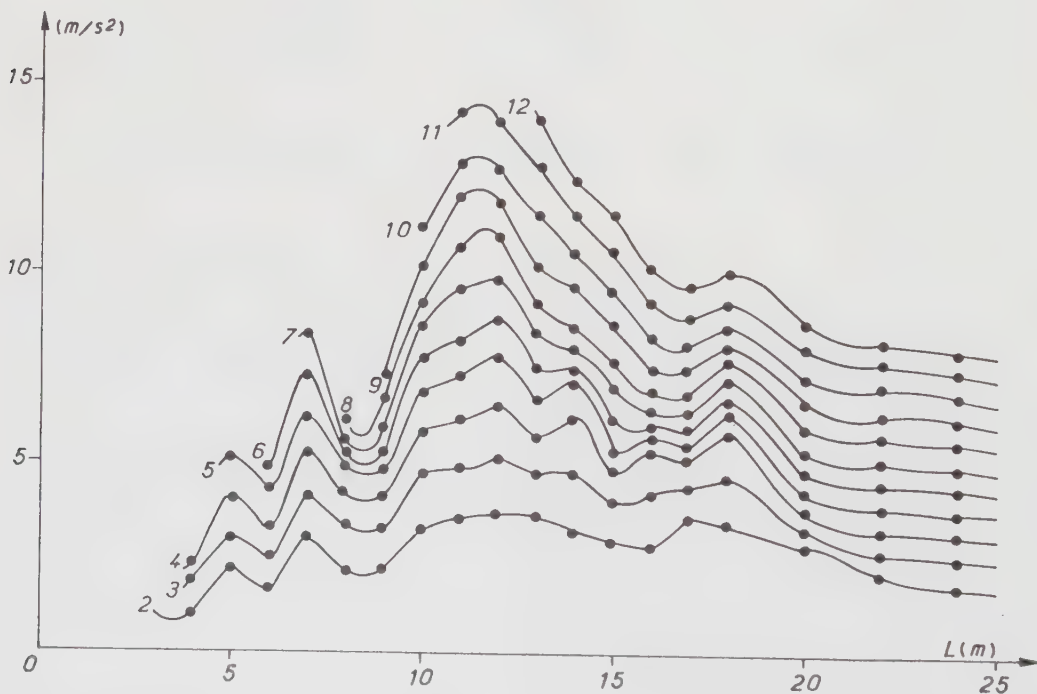
Les mêmes calculs ont été faits à l'abscisse du centre de gravité.

Les diagrammes suivants représentent la valeur efficace maximum de l'accélération du poste de pilotage pendant un décollage en fonction des différentes longueurs d'onde et ceci pour les trois avions ; le paramètre étant l'amplitude de la piste exprimé en mm (voir planches VIII, IX et X).

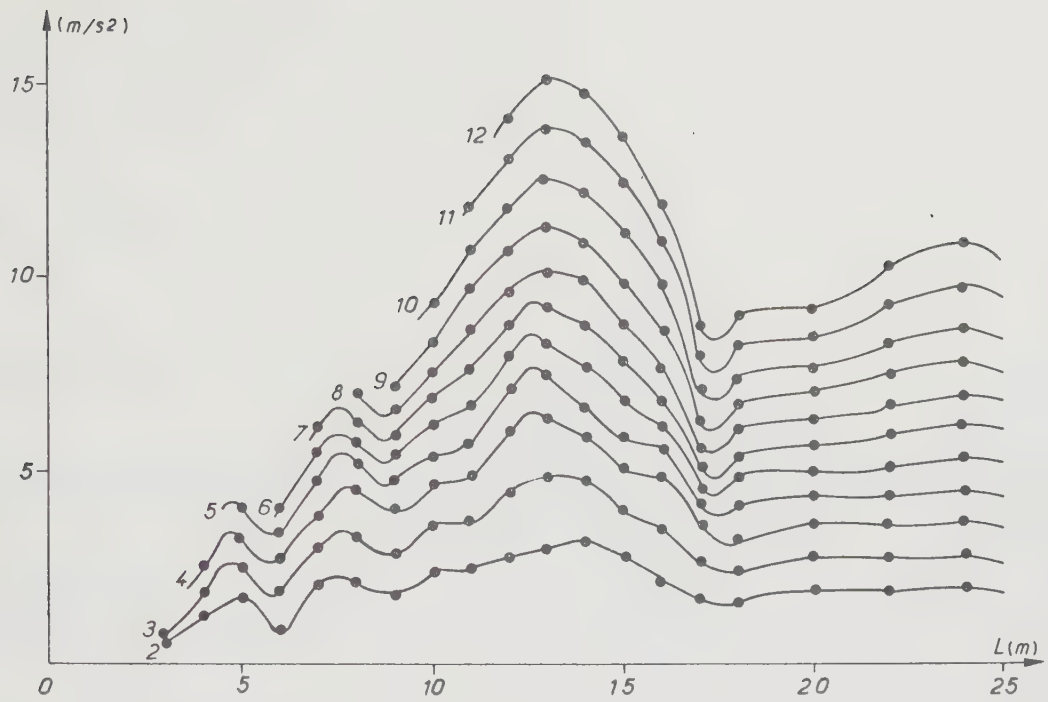
Si au lieu du max $[V_{ef}(n)]$ on représente la valeur efficace calculée sur 30 s on obtient un réseau de courbes avec les résonances moins accentuées.

Des essais ont été réalisés avec des répartitions différentes des forces de Coulomb. Les résultats restent sensiblement les mêmes, à savoir que les niveaux maximums augmentent lorsque le seuil de blocage croît et que les résonances sont légèrement déplacées.

Les courbes tracées à partir de l'accélération à l'abscisse du centre de gravité donnent les mêmes résultats avec des niveaux nettement plus faibles.

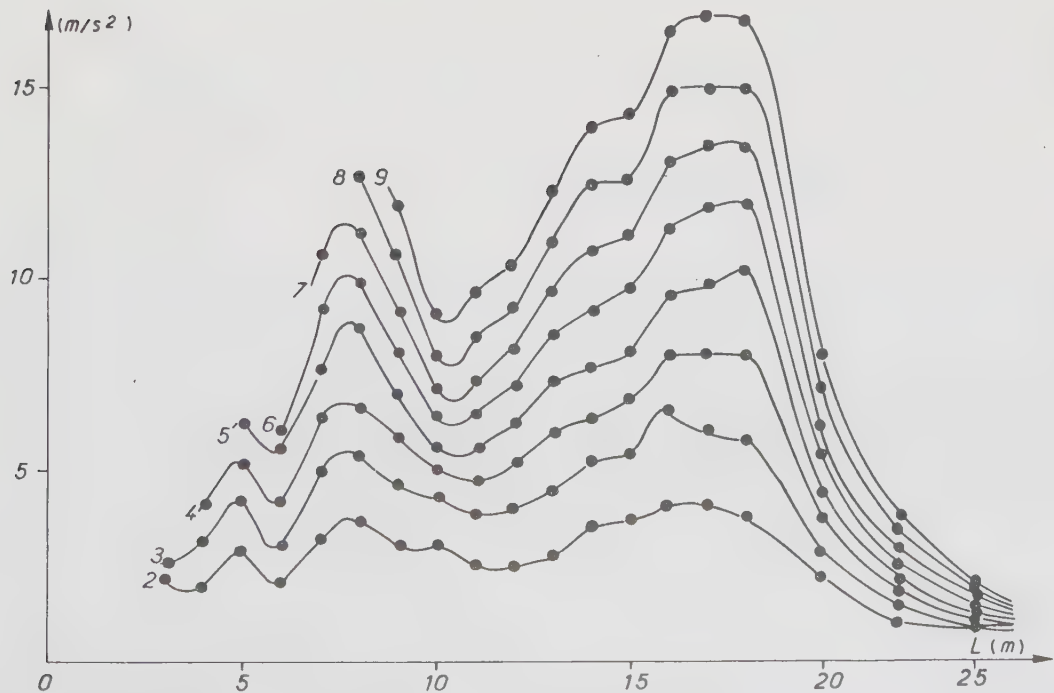


Valeur efficace maximum, calculée sur 1 s, de l'accélération au poste de pilotage de l'avion Concorde.



Valeur efficace maximum, calculée sur 1 s, de l'accélération au poste de pilotage de l'avion Airbus.

Planche IX



Valeur efficace maximum, calculée sur 1 s, de l'accélération au poste de pilotage de l'avion Mercure.

Planche X

Ces premiers résultats permettent de tirer un certain nombre de conclusions.

Pour ces trois avions, on remarque que les longueurs d'onde les plus critiques du point de vue du confort se situent entre 10 et 20 mètres.

Prenons par exemple le cas de la piste sinusoïdale ayant une longueur d'onde de 12 m et une amplitude de 10 mm. Cette piste respecte les normes de nivellement et d'uni, or, pour l'avion Concorde par exemple, on enregistre un maximum de valeur efficace de l'accélération au poste de pilotage de l'ordre de 12 m/s^2 . Ce niveau est dangereux pour la sécurité et le confort du pilote. La règle de trois mètres n'est donc pas appropriée pour contrôler l'uni du revêtement d'une part, et la tolérance de $\pm 1 \text{ cm}$ par rapport au profil théorique d'autre part est trop large.

Pour le Concorde et l'Airbus, les niveaux maximums de la valeur efficace sur les pistes de 3 m de longueur d'onde sont plus faibles que pour le Mercure. Ceci s'explique par le fait que les deux premiers avions possèdent un boggie qui filtre cette longueur d'onde.

Les résonances que l'on observe pour les longueurs d'onde inférieures à 10 mètres sont dues au blocage du train principal. La planche XI représente l'accélération au poste de pilotage et la fonction train de l'avion Mercure lorsqu'il décolle sur une piste ayant une longueur d'onde de 5 mètres.

On remarque aussi que pour les trois avions, les valeurs efficaces maximums des accélérations enregistrées sur les pistes dont les longueurs d'onde sont voisines de la distance train avant-train principal sont atténuées. La résonance la plus importante a lieu pour des longueurs d'onde inférieures à cette distance sauf sur le Mercure.

Les niveaux d'accélération pour les longueurs d'onde supérieures à 30 mètres sont nettement plus faibles. Les amplitudes des pistes devraient être nettement plus importantes pour engendrer des vibrations pénibles pour le pilote. Pour une piste ayant une longueur d'onde de 40 mètres et une amplitude de 10 mm on note comme niveaux maximums d'accélération :

5,5 m/s^2 pour le Concorde,
1,5 m/s^2 pour l'Airbus,
1 m/s^2 pour le Mercure.

Le Concorde est plus sensible que les deux autres avions aux grandes longueurs d'onde car elles excitent le premier mode souple. C'est d'ailleurs ce que va faire ressortir l'analyse spectrale.

III,2,2 — Densité spectrale d'énergie

Soit $x(t)$, un signal défini dans le domaine des temps. L'intégrale de Fourier s'écrit alors :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi j f t} dt$$

Cette transformée exprime ainsi la fonction du temps en une série de composantes à différentes fréquences. Elle fait intervenir la phase. Si on s'intéresse, comme ici, au signal $x(t)$ pendant un temps T ($x(t) = 0$ pour $t < 0$ et $t > T$) on a :

$$X(f) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-2\pi j f t} dt$$

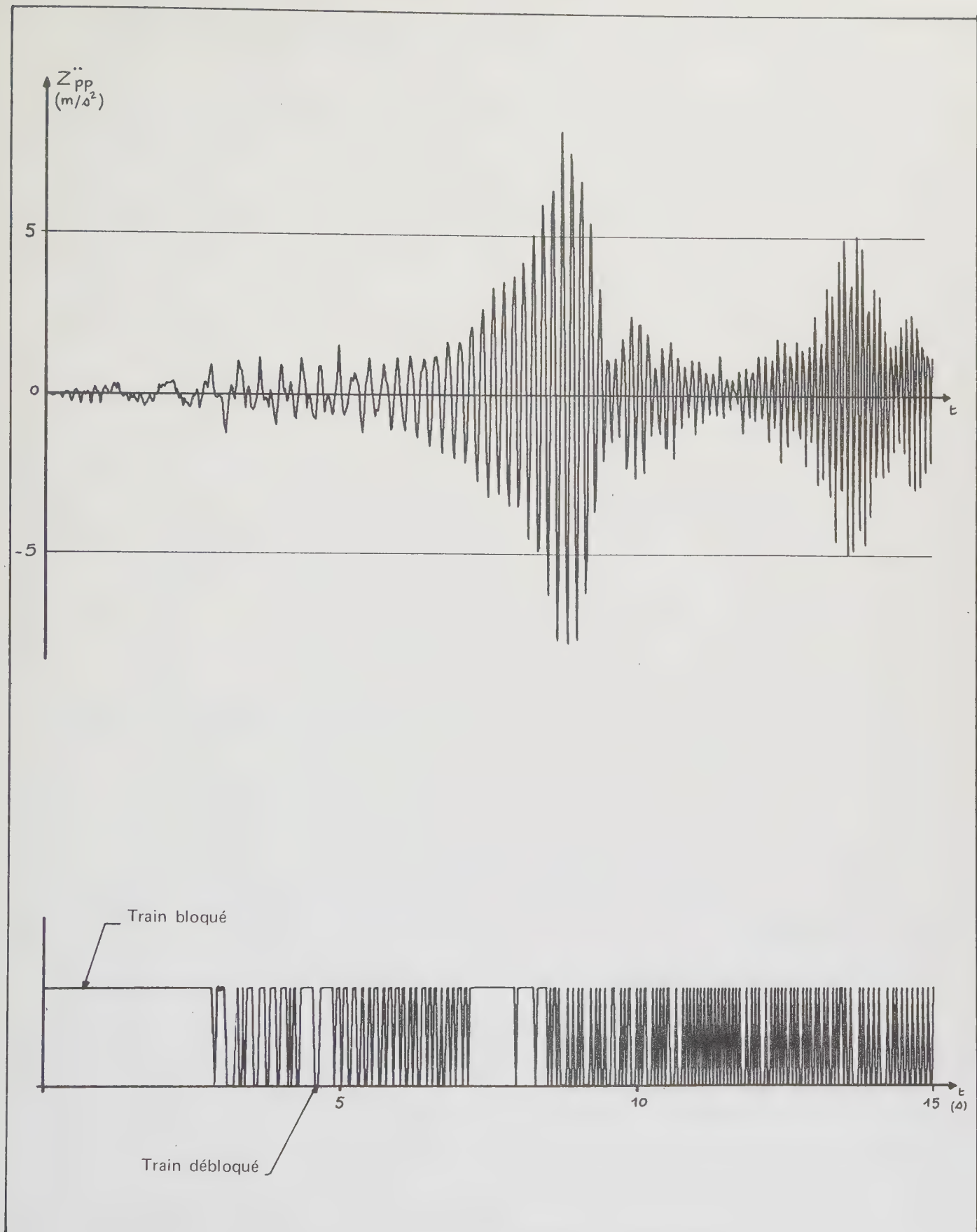
On peut alors définir une densité spectrale d'énergie sur le temps T par :

$$S_x(f) = |X(f)|^2$$

Elle montre aussi comment sont réparties les composantes fréquentielles de la fonction $x(t)$ mais sans faire intervenir la phase. On a exprimé la densité spectrale d'énergie et non pas la densité spectrale de puissance qui est définie par :

$$\mathcal{P}_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} |X(f)|^2 \right]$$

MERCURE

 $L = 5 \text{ m}$ 

car le signal $x(t)$ que l'on veut analyser n'est pas stationnaire puisque l'avion parcourt la piste à accélération constante. La densité spectrale d'énergie représente la quantité d'énergie contenue par bande de fréquence durant le décollage.

Les signaux que l'on analyse sont en fait des signaux échantillonnés et finis ; c'est-à-dire que le phénomène est observé à des intervalles de temps Δt pendant un temps $T = N \cdot \Delta t$.

La fréquence maximum que l'on peut analyser est égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage (théorème de Shannon). La discrétisation a pour effet de rendre le spectre périodique et donc de ramener à une fréquence inférieure à la fréquence maximum toutes les composantes fréquentielles situées au delà. Ce phénomène est connu sous le nom de repliement de spectre ; on l'élimine facilement en filtrant le signal à analyser ou en faisant un échantillonnage suffisamment rapide lorsque l'on connaît a priori sa fréquence maximum.

Lorsque l'on étudie l'intégrale de Fourier sur un intervalle de temps fini, on obtient une série de Fourier ayant une définition en fréquence :

$$\Delta f = \frac{1}{T} .$$

Formule de la transformée de Fourier discrète et finie utilisée :

$$X(f) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-2\pi j f t} dt .$$

La période d'échantillonnage Δt est définie par : $\Delta t = \frac{T}{N}$ d'où : $t_p = p \Delta t = p \frac{T}{N}$,

$$X(f) = \frac{T}{N} \sum_{p=0}^{N-1} x_p \cdot e^{-2\pi j p \frac{T}{N} f} .$$

Les points de calcul en fréquence sont liés aux points d'échantillonnage en temps par la relation : $\Delta f \cdot \Delta t = \frac{1}{N}$,

posons encore : $f_q = q \cdot \Delta f = \frac{q}{T}$,

en définitive :

$$X_q = \frac{T}{N} \sum_{p=0}^{N-1} x_p e^{-2\pi j \frac{p q}{N}} .$$

Normalisation du spectre :

On définit $X^*(f)$ de telle manière que l'égalité :

$$\int_0^T x^2(t) \cdot dt = \int_0^{f_{\max}} |X^*(f)|^2 df ,$$

soit vérifiée.

Soit :

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(\alpha_k \cos \frac{2\pi k t}{T} + \beta_k \sin \frac{2\pi k t}{T} \right) ,$$

$$\int_0^T x^2(t) \cdot dt = \sum_{p,q} \left[\int_0^T \alpha_p \cdot \alpha_q \cos \frac{2\pi p t}{T} \cos \frac{2\pi q t}{T} dt + \int_0^T \beta_p \beta_q \sin \frac{2\pi p t}{T} \cdot \sin \frac{2\pi q t}{T} dt \right. \\ \left. + \int_0^T \left(\alpha_p \beta_q \cos \frac{2\pi p t}{T} \sin \frac{2\pi q t}{T} + \alpha_q \beta_p \cos \frac{2\pi q t}{T} \sin \frac{2\pi p t}{T} \right) dt \right],$$

$$\int_0^T x^2(t) dt = \frac{T}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (\alpha_k^2 + \beta_k^2);$$

par ailleurs :

$$X(f) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-2\pi j f t} dt,$$

$$X_p = \sum_k \left(\alpha_k \int_0^T \cos \frac{2\pi j k t}{T} e^{-2\pi j \frac{p}{T} t} dt + \beta_k \int_0^T \sin \frac{2\pi k t}{T} e^{-2\pi j \frac{p}{T} t} dt \right),$$

$$X_p = \frac{T}{2} (\alpha_p + j\beta_p),$$

d'où

$$\int_0^{f_{\max}} |X_p|^2 df \approx \Delta f \frac{T^2}{4} \sum_{p=0}^{N-1} (\alpha_p^2 + \beta_p^2),$$

$$= \frac{T}{4} \sum_{p=0}^{N-1} (\alpha_p^2 + \beta_p^2),$$

$$\Rightarrow \int_0^T x^2(t) \cdot dt = 2 \int_0^{f_{\max}} |X_p|^2 df.$$

On définit donc : $|X_p^*| = \sqrt{2} |X_p|$.

Pour le calcul, on a pris $\Delta t = 0,036$ s et 256 points pour faire la transformée de Fourier, ce qui donne une définition spectrale de l'ordre du dixième de Hertz.

Dimension du spectre :

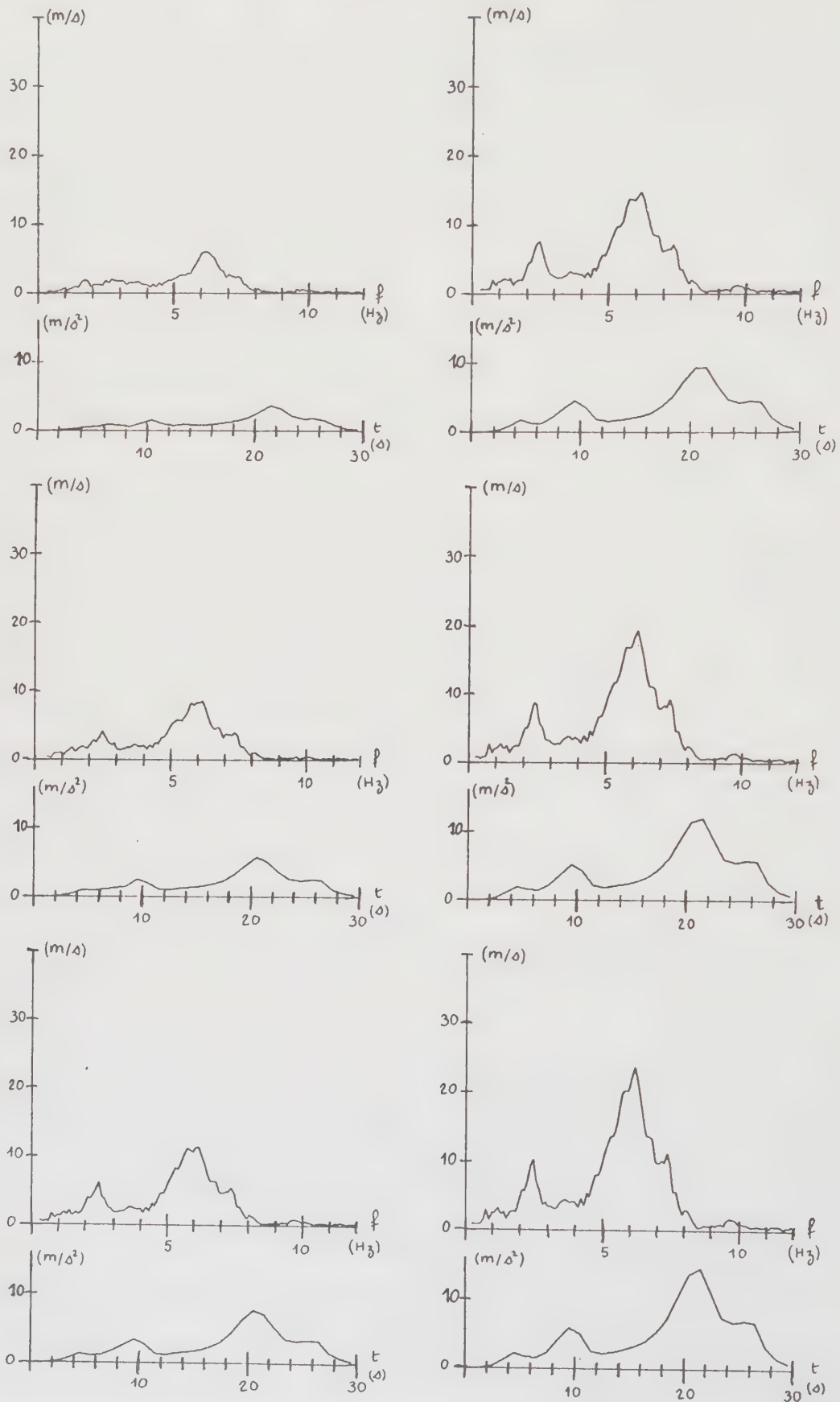
Le spectre est homogène à une vitesse au carré.

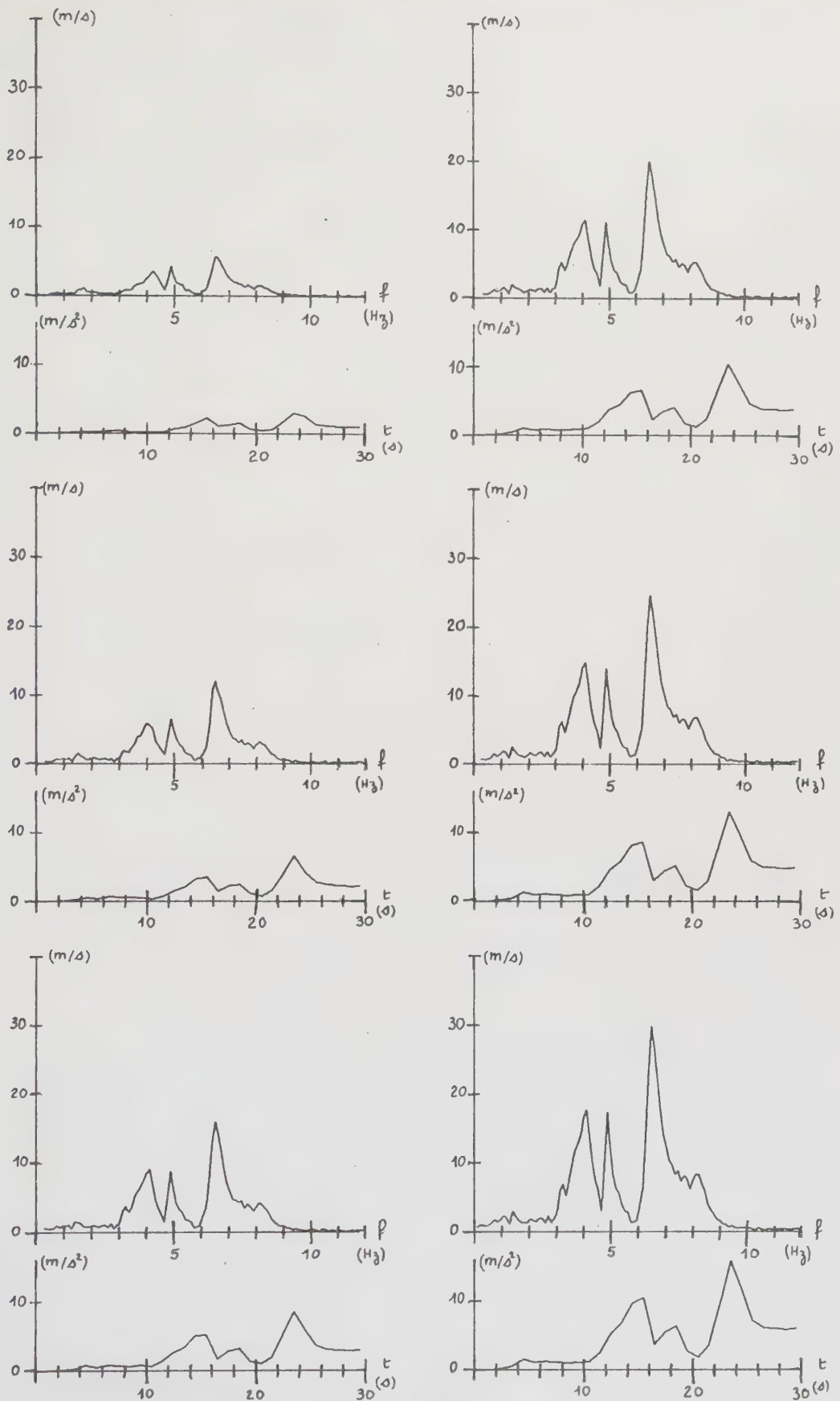
Pour chaque piste sinusoïdale, on représente la racine carrée de la densité spectrale d'énergie, ce qui permet d'observer quels sont les modes qui répondent le plus.

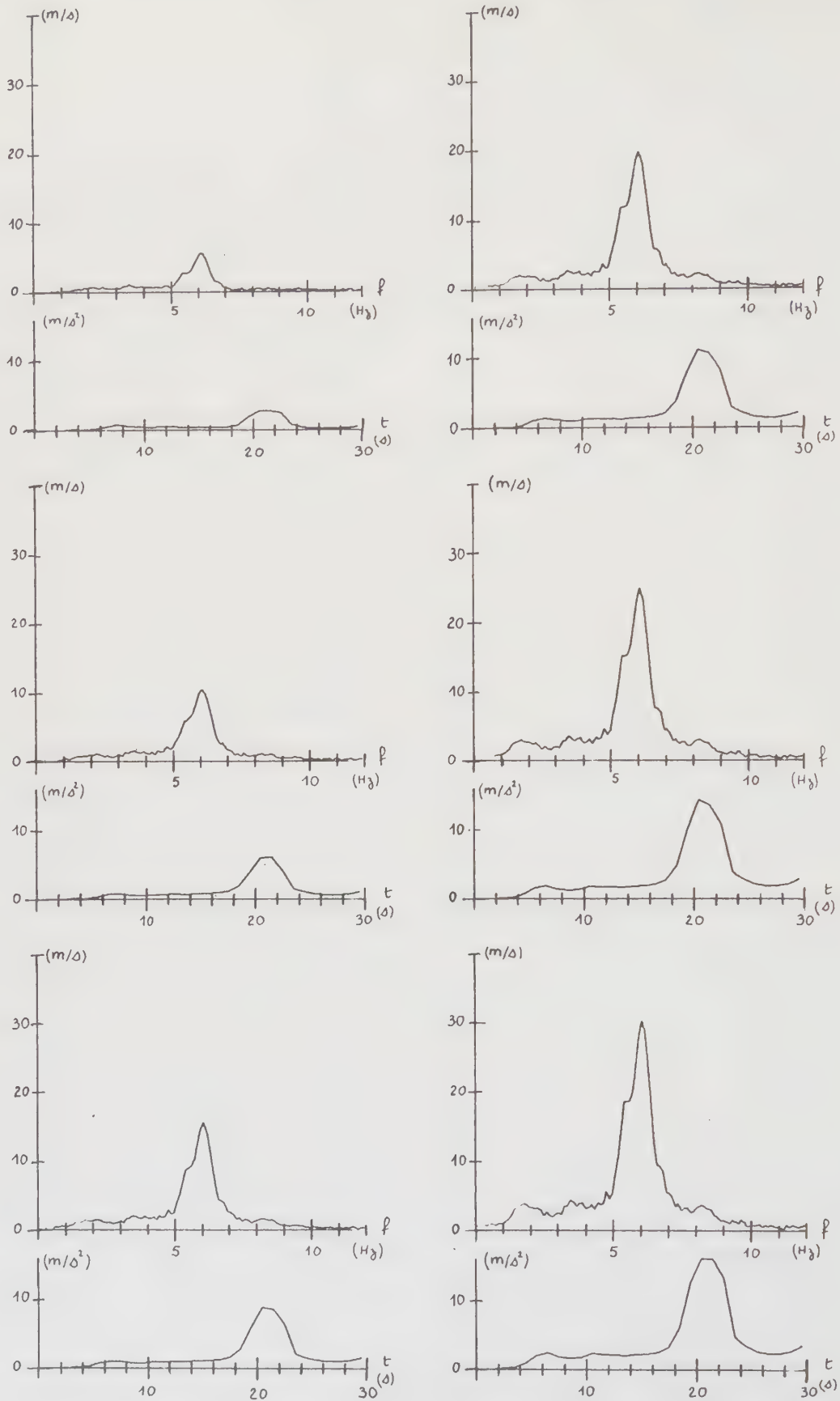
Les courbes suivantes (planches XII, XIII et XIV) représentent pour chaque avion et pour les six pistes sinusoïdales ayant une longueur d'onde de 13 mètres :

- la racine carrée de la densité spectrale d'énergie de l'accélération au poste de pilotage,
- l'évolution de la valeur efficace calculée sur des intervalles de temps d'une seconde de cette accélération.

L'amplitude de ces pistes varie de 2 mm à 12 mm.







D'une manière générale, les modes les plus élevés sont excités lorsque les avions roulent sur les pistes sinusoïdales ayant les longueurs d'onde les plus courtes. Ensuite, lorsque les longueurs d'onde augmentent, les modes à basses fréquences commencent à répondre. Pour les longueurs d'onde de 13 m on observe déjà ce phénomène sauf peut être sur le Mercure où seuls les modes à 5,3 et 5,9 Hz répondent.

D'après les valeurs modales, on remarque que chaque appareil a un mode prépondérant. C'est le mode à 2,3 Hz pour le Concorde, 3,8 Hz pour l'Airbus et 5,9 Hz pour le Mercure.

Pour le Concorde, le mode à 2,3 Hz apparaît nettement lorsque l'avion décolle sur une piste sinusoïdale ayant une longueur d'onde de 15 m. Il sort pratiquement seul pour les pistes dont les longueurs d'onde sont supérieures à 20 m. Sur les pistes définies par une longueur d'onde de 40 m, ce mode est encore excité puisqu'en fin de décollage, l'avion roule à plus de 100 m/s. Ceci explique que pour cette longueur d'onde les niveaux d'accélération au poste de pilotage soient plus élevés que sur les deux autres avions.

Pour l'Airbus, on remarque le même phénomène ; cependant le mode prépondérant est à 3,8 Hz, il n'est donc plus sollicité dès que les pistes ont une longueur d'onde supérieure à 30 m.

Quant au Mercure, l'énergie se répartit presque entièrement sur les modes à 5,3 Hz et 5,9 Hz. Donc, dès que l'on effectue des décollages sur des pistes ayant une longueur d'onde supérieure à 20 m, on n'excite plus ces modes et les niveaux d'accélération restent très faibles.

III,3 – PISTES AVEC CHANGEMENTS DE PENTE

On a vu au paragraphe III,1 que tout un chapitre est consacré à la définition des pentes des pistes, car il est impossible de construire une piste rigoureusement horizontale. Pour étudier les normes en vigueur, on a généré un certain nombre de pistes en faisant varier les pentes, les distances entre changement de pentes et enfin les rayons de raccordement.

Ces pistes, par tronçon, sont des segments de droite, c'est-à-dire que l'on ne superpose aucune rugosité de surface.

La première série de pistes comporte un tronçon ayant une pente négative de 0,6 %, un tronçon avec une pente positive de 1,2 % et enfin, un troisième tronçon ayant une pente nulle.



Le changement de pente entre le premier et le deuxième tronçon de piste est de 1,8 %, ce qui est nettement supérieur à la norme OACI puisqu'elle tolère 1,5 %.

Le premier tronçon a toujours une longueur de 600 m. On fait varier la longueur du deuxième tronçon et les rayons de raccordement qui sont exprimés par pourcentage de pente par longueur de 30 m.

D (m)	200	300	450	700
R	0,3	0,3	0,3	0,3
	—	0,2	0,2	0,2
	—	—	0,1	0,1

La première piste ayant une distance D de 200 m ne respecte pas les normes françaises puisque :

$$D \geq 7500 (|x - y| + |y - z|)$$

$$D \geq 250 \text{ m.}$$

Sur cette piste, les valeurs maximums des accélérations au poste de pilotage ne dépassent pas 3 m/s² pour les trois avions. Sur les pistes suivantes, ces valeurs maximums sont encore plus faibles.

La deuxième série de pistes comporte un tronçon ayant une pente négative de -0,4 %, un tronçon avec une pente positive de 0,8 % et enfin une piste négative de -0,4 %. Comme précédemment, le premier tronçon a une longueur de 600 m et l'on fait varier la longueur du deuxième tronçon et les rayons de raccordement.

D (m)	200	300	500	750
R	0,3	0,3	0,3	0,3
	—	0,2	0,2	0,2
	—	—	0,1	0,1

Les décollages sur de telles pistes ne provoquent pas de vibrations qui puissent être dangereuses pour le pilote.

Les normes françaises concernant les pentes définissent des profils de piste qui n'engendreront pas de vibrations trop élevées pour le confort et la sécurité du pilote. Elles paraissent donc bien adaptées à leur fonction. Toutefois, il faut rappeler que sur une piste réelle les irrégularités de surface de la chaussée viennent se superposer aux changements de pente. C'est sans doute pour prévenir les effets de ce cumul que l'OACI a défini des normes beaucoup plus sévères.

III,4 — PISTES RÉELLES

Dans un même temps, on va simuler des décollages sur des pistes réelles et étudier la valeur efficace et la densité spectrale d'énergie de l'accélération au poste de pilotage. On va aussi établir des comptages de dépassement de niveaux de cette accélération car le critère, retenu à l'heure actuelle pour caractériser les pistes, est précisément qu'il n'y ait pas de pointe d'accélération supérieure à 0,4 g au cours d'un décollage.

Ensuite, comme l'étude des pistes sinusoïdales a montré que les longueurs d'ondes les plus dangereuses étaient inférieures à 20 m, on va filtrer les pistes réelles de manière à atténuer les grandes longueurs d'onde. Les décollages effectués sur ces pistes permettront de confirmer nos premières conclusions.

Enfin, on va étudier plus particulièrement les pistes réelles en calculant notamment leur spectre.

III,4,1 — Les différentes pistes étudiées

On dispose du relevé de deux pistes françaises (Blagnac et Istres) et de six pistes américaines répertoriées de A à F (voir [13, 14]).

Blagnac

Le profil en long de cette piste a été mesuré tous les 0,5 m sur une longueur totale de 2500 m. Ce relevé a été fait au moment des essais de roulage du Concorde.

Istres

Cette piste a été mesurée spécialement pour cette étude. Le relevé a été fait tous les mètres sur une longueur de 4000 m.

Pistes américaines

Les relevés ont été effectués tous les deux pieds sur des longueurs variant de 9600 à 10 000 pieds.

Les amplitudes de ces pistes sont très variables. Pour Blagnac et Istres, l'amplitude totale est de 2,6 m alors qu'elle atteint 12 m pour la piste C. Les pistes E et F sont beaucoup plus plates ; E a 0,5 m de dénivelé.

PROFILS DE PISTES

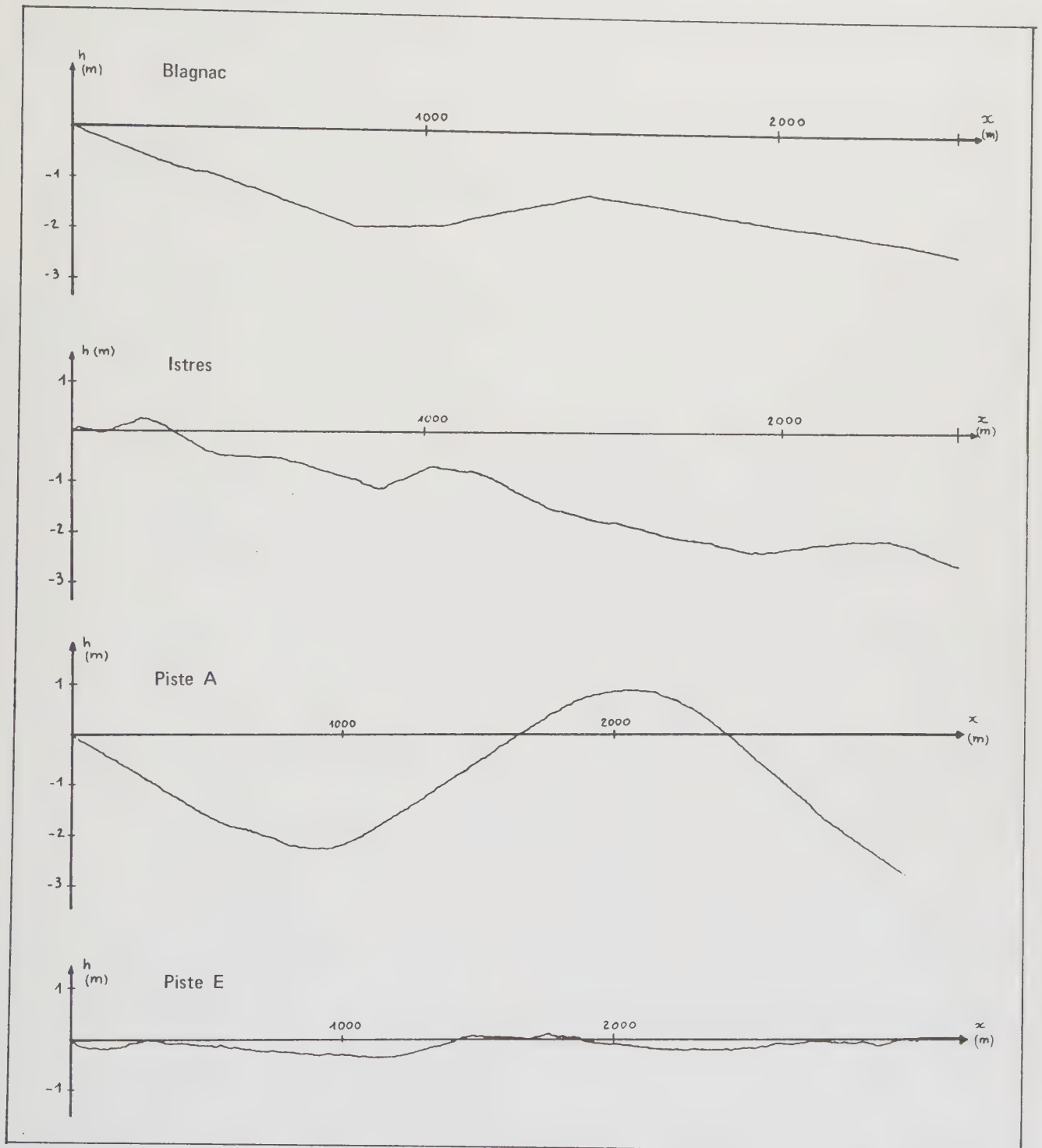


Planche XV

III,4,2 — Valeur efficace et densité spectrale d'énergie de l'accélération au poste de pilotage

Lorsque leur amplitude maximum le permettait, ces pistes ont été utilisées directement comme entrée sur le simulateur. On a déjà vu que la piste de Blagnac et la piste d'Istres nous ont permis d'établir des comparaisons entre les résultats du simulateur et les roulages réels. On étudie maintenant la valeur efficace et la densité spectrale d'énergie de ces accélérations. Des décollages ont été effectués dans les deux sens sur chaque piste car selon le vent, l'avion parcourt la piste dans un sens ou dans l'autre. Ces résultats figurent sur les planches XVI, XVII et XVIII pour les trois avions et pour les pistes de Blagnac, Istres et les pistes américaines A, B, D, E.

Les trois avions réagissent pratiquement d'une façon identique sur les mêmes pistes.

Le niveau de la valeur efficace est généralement maximum pendant le dernier tiers du décollage. Ces niveaux restent toujours inférieurs à 3 m/s^2 : ils sont plus élevés sur la piste d'Istres et la piste américaine D. La piste B semble être la meilleure pour les trois avions.

La densité spectrale d'énergie montre que les modes rigides sont assez sollicités sauf peut être sur la piste B. Ces modes sont plus bas que les modes calculés car ceux-ci supposaient les trains bloqués. Or, lorsque cette condition n'est pas réalisée, la raideur de la chambre d'air de l'amortisseur est en parallèle avec celle des pneumatiques, ce qui diminue la fréquence. Ensuite, les modes les plus sensibles sont : le mode à 2,5 Hz et le mode à 5,9 Hz pour le Concorde, les deux modes entre et 3 et 4 Hz et le mode à 6,4 Hz pour l'Airbus et enfin les modes à 5,3 et 5,9 Hz pour le Mercure.

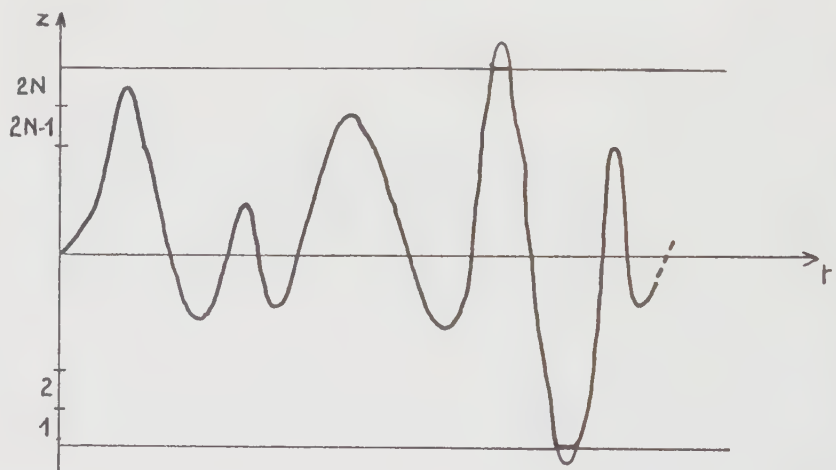
Les premières remarques qui s'imposent sont donc les suivantes :

- L'amplitude totale de la piste n'est pas un critère de qualité.
- Le changement de pente n'en est pas un non plus puisque la piste E qui est pratiquement horizontale est plus mauvaise que la piste de Blagnac par exemple.

III,4,3 — Comptage de franchissement de niveaux

On définit sur l'axe des ordonnées $2N$ intervalles égaux de hauteur Δz et on compte le nombre de fois où la fonction franchit un niveau donné. Les niveaux $\pm N \cdot \Delta z$ sont considérés comme les niveaux extrêmes. La fonction considérée est écrêtée par ces niveaux.

Les intervalles étant numérotés comme l'indique la figure ci-contre, on repère l'intervalle où l'on se trouve par :



$$N_p = \text{entier} \left[\frac{(z_p - N \cdot \Delta z)}{\Delta z} \right] + 1$$

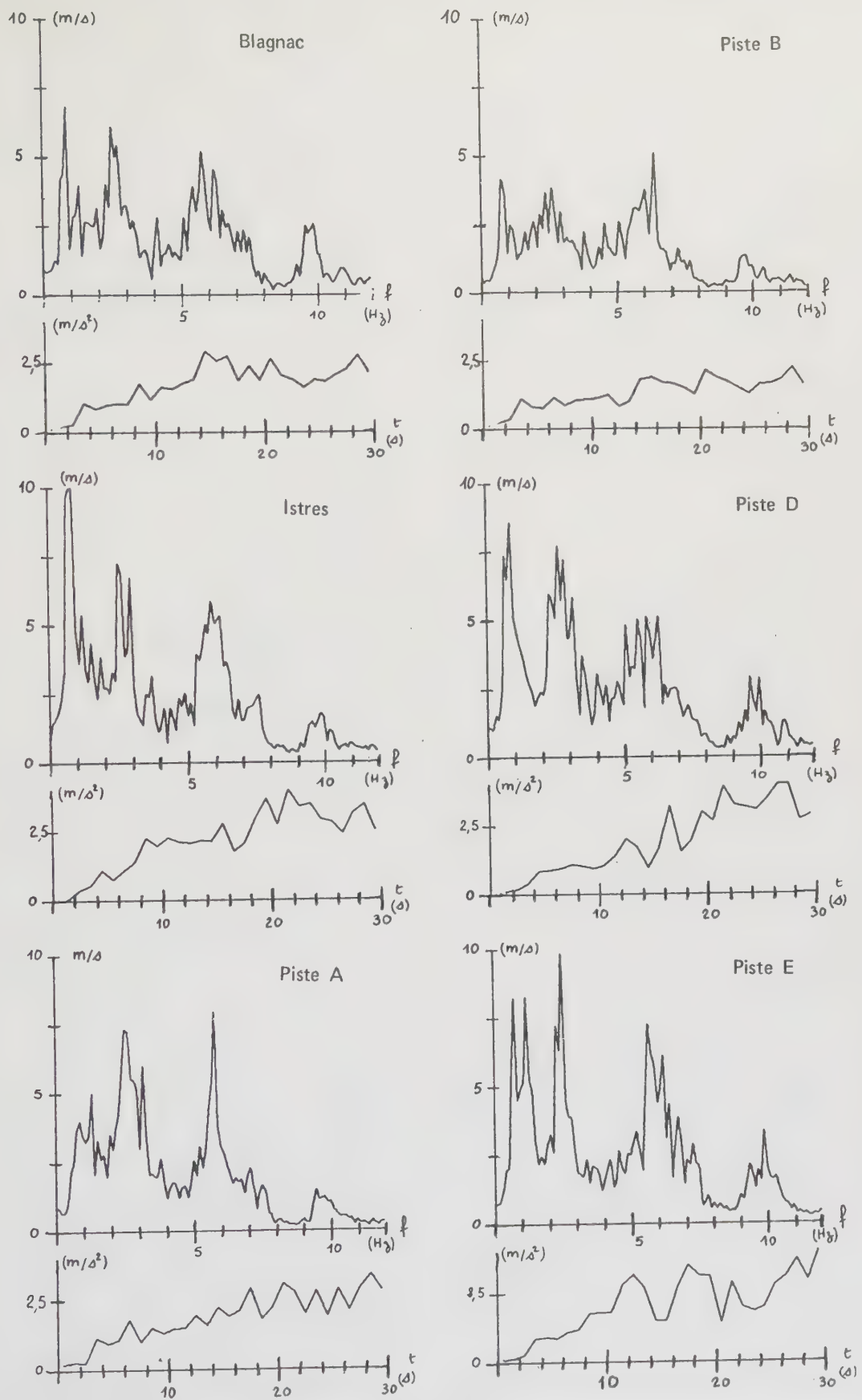
En comparant N_p et N_{p-1} , on détermine immédiatement les niveaux franchis entre les deux points.

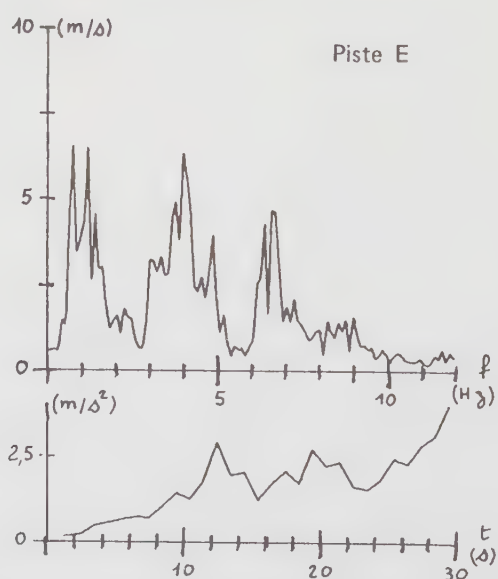
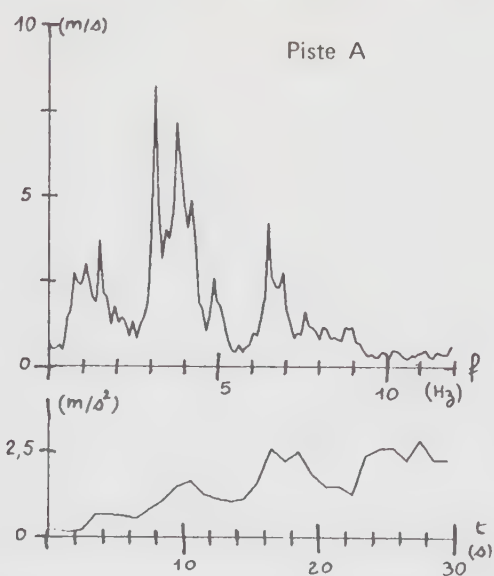
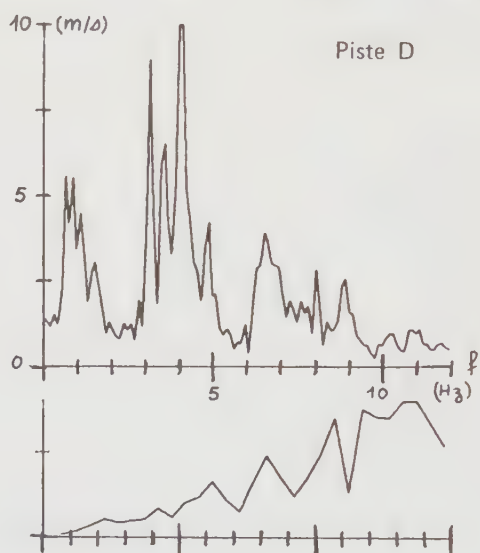
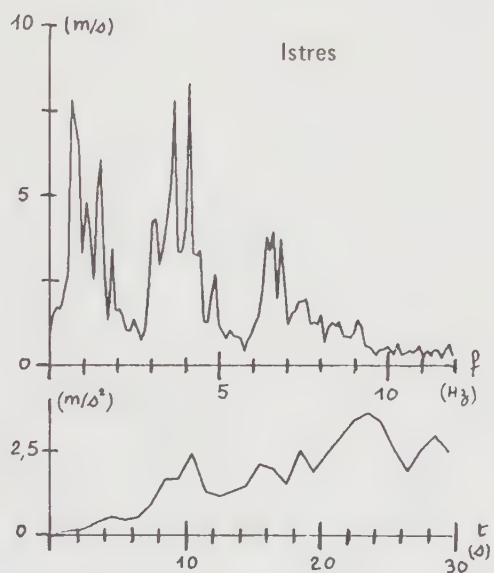
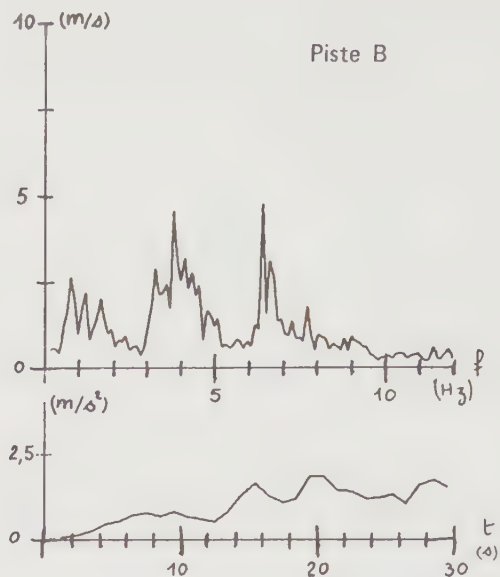
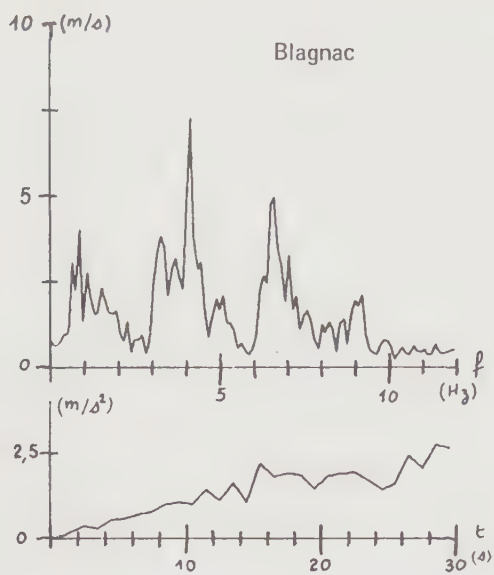
Les graphes suivants représentent les courbes de franchissement de niveaux (planches XIX, XX et XXI). En abscisse, on reporte les niveaux d'accélération et en ordonnée sur une échelle logarithmique, le nombre de fois que ces niveaux ont été franchis.

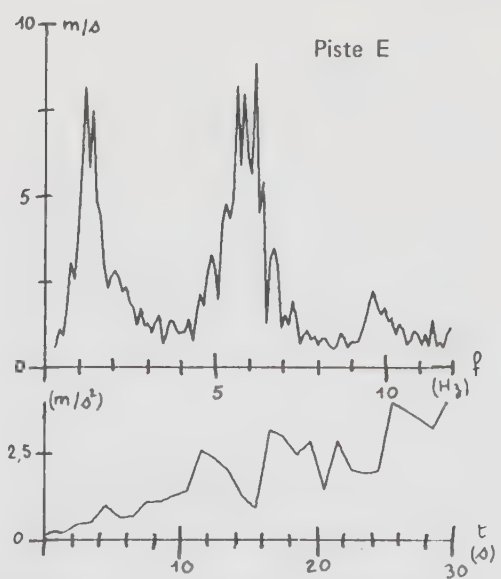
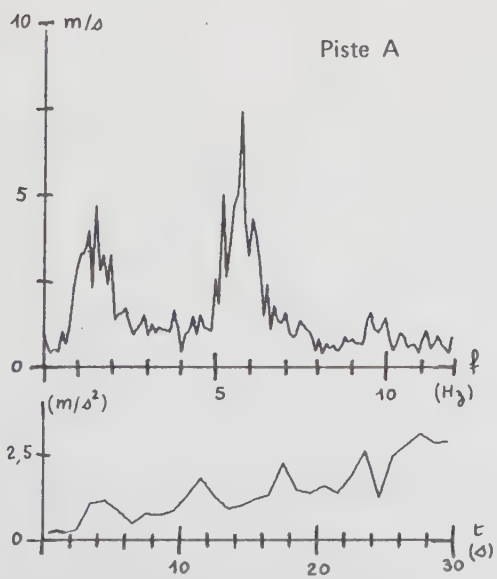
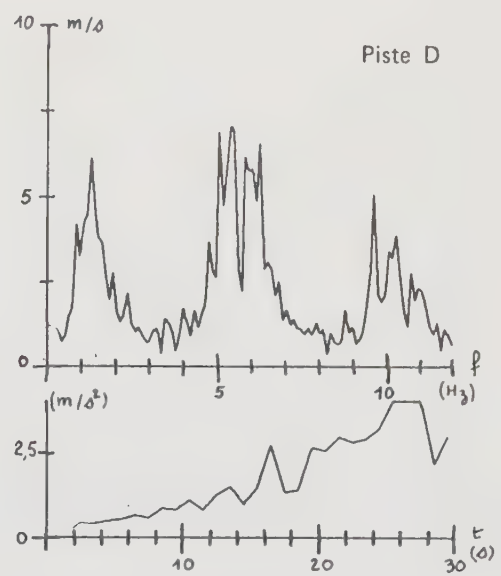
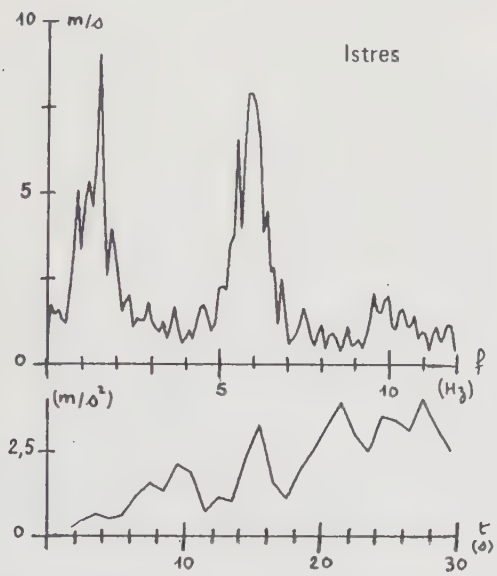
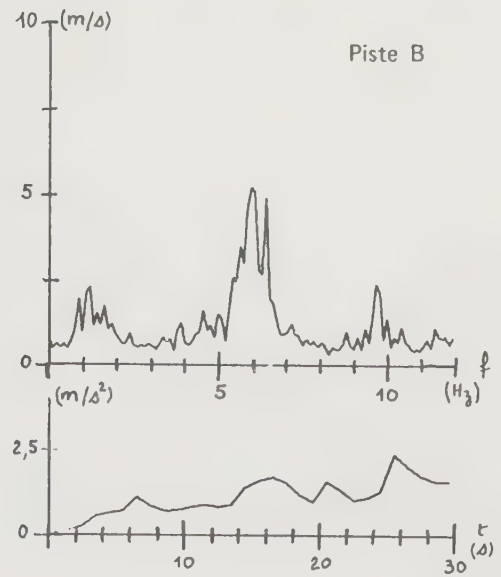
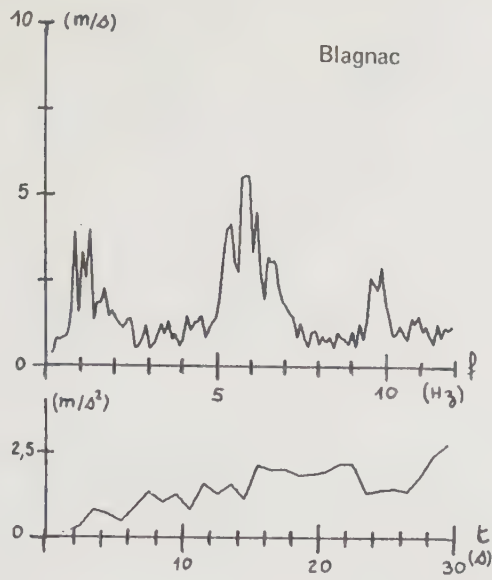
Ce critère donne des résultats sensiblement équivalents à ceux obtenus en calculant la valeur efficace et la densité spectrale d'énergie de l'accélération. La piste B est la meilleure pour les trois avions et la piste D la plus mauvaise.

L'amplitude totale de la piste et ses changements de pente ne sont pas des critères de qualité ; il faut donc étudier ces pistes localement.

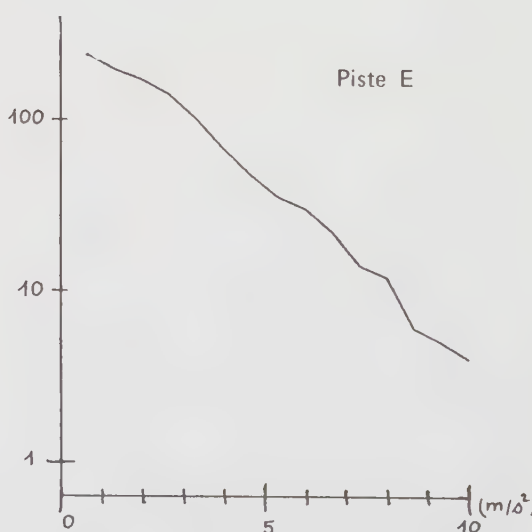
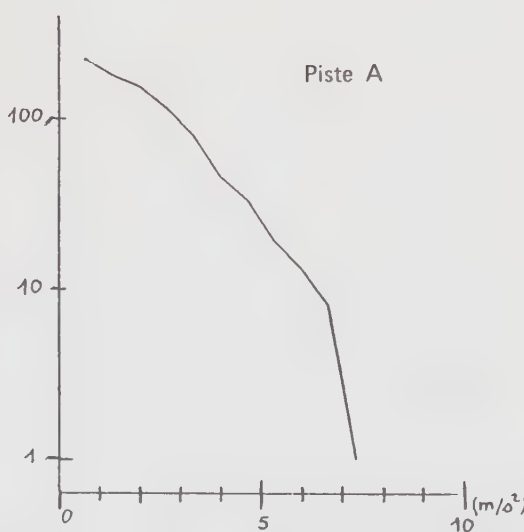
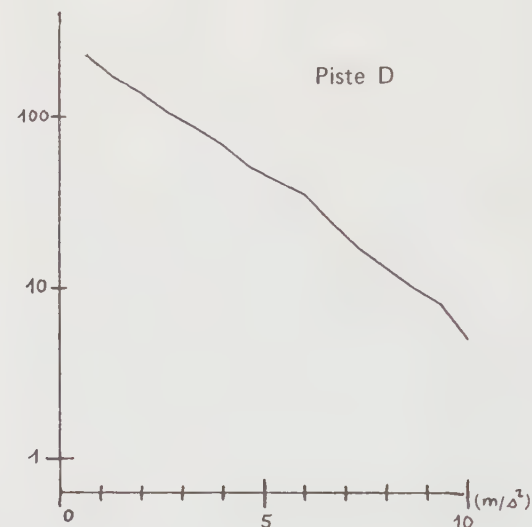
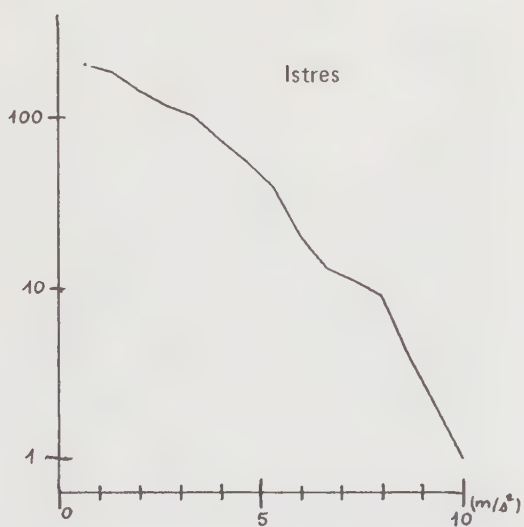
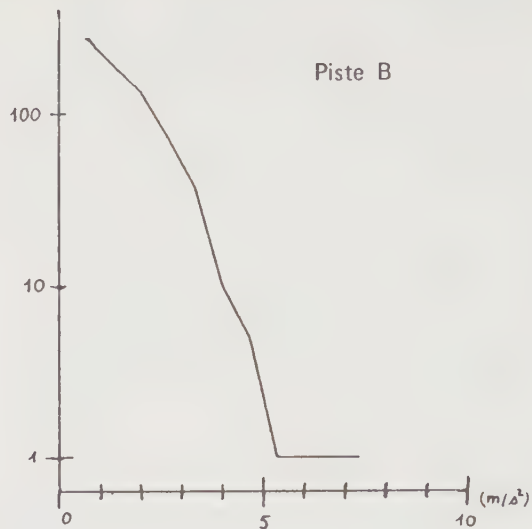
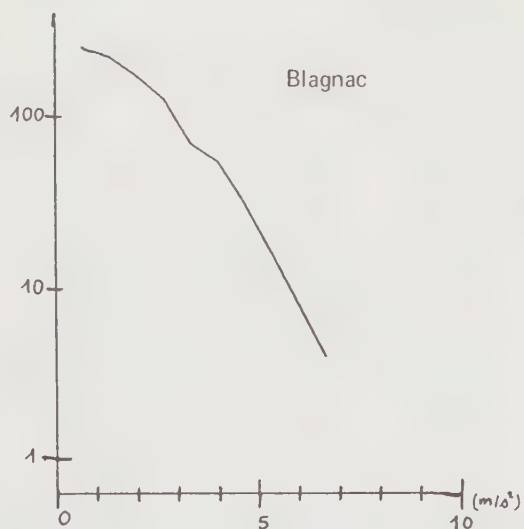
CONCORDE

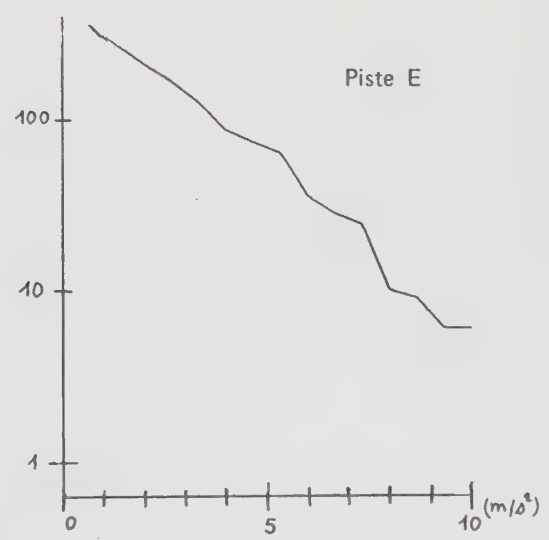
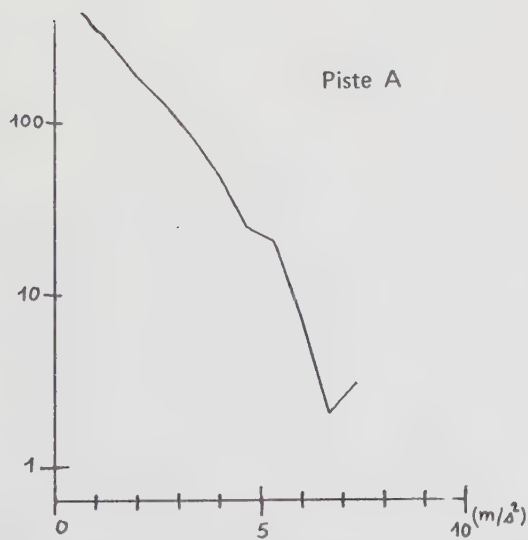
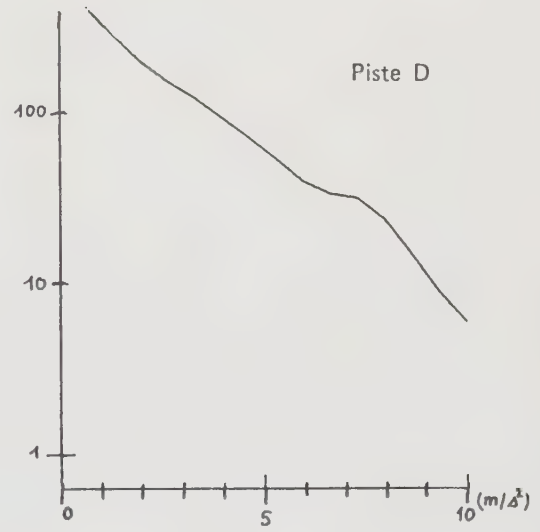
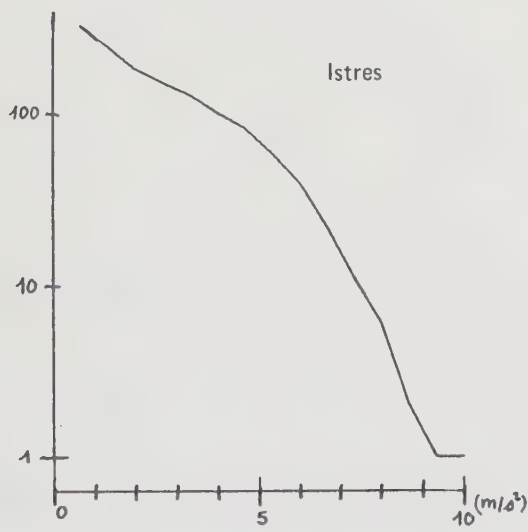
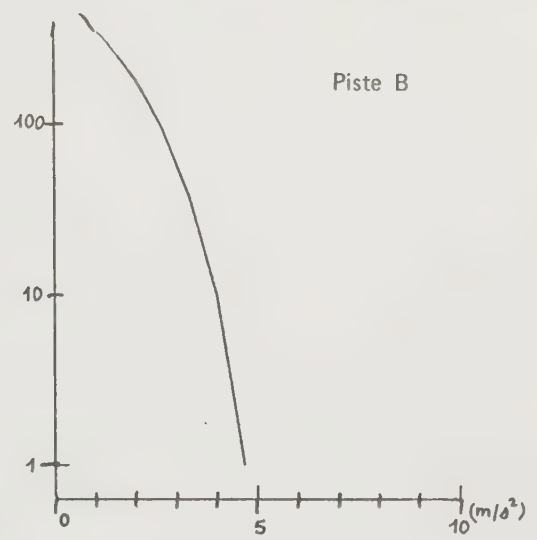
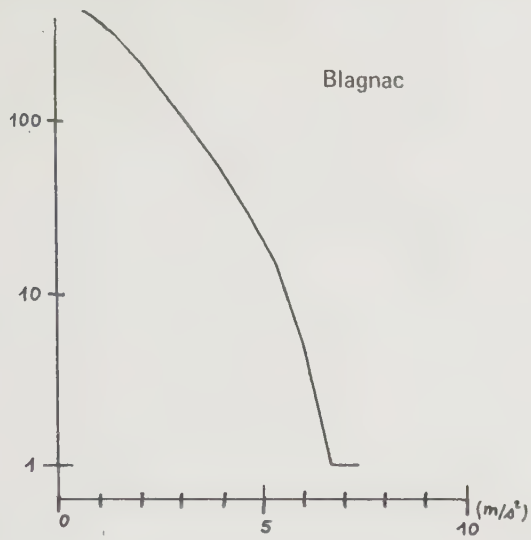




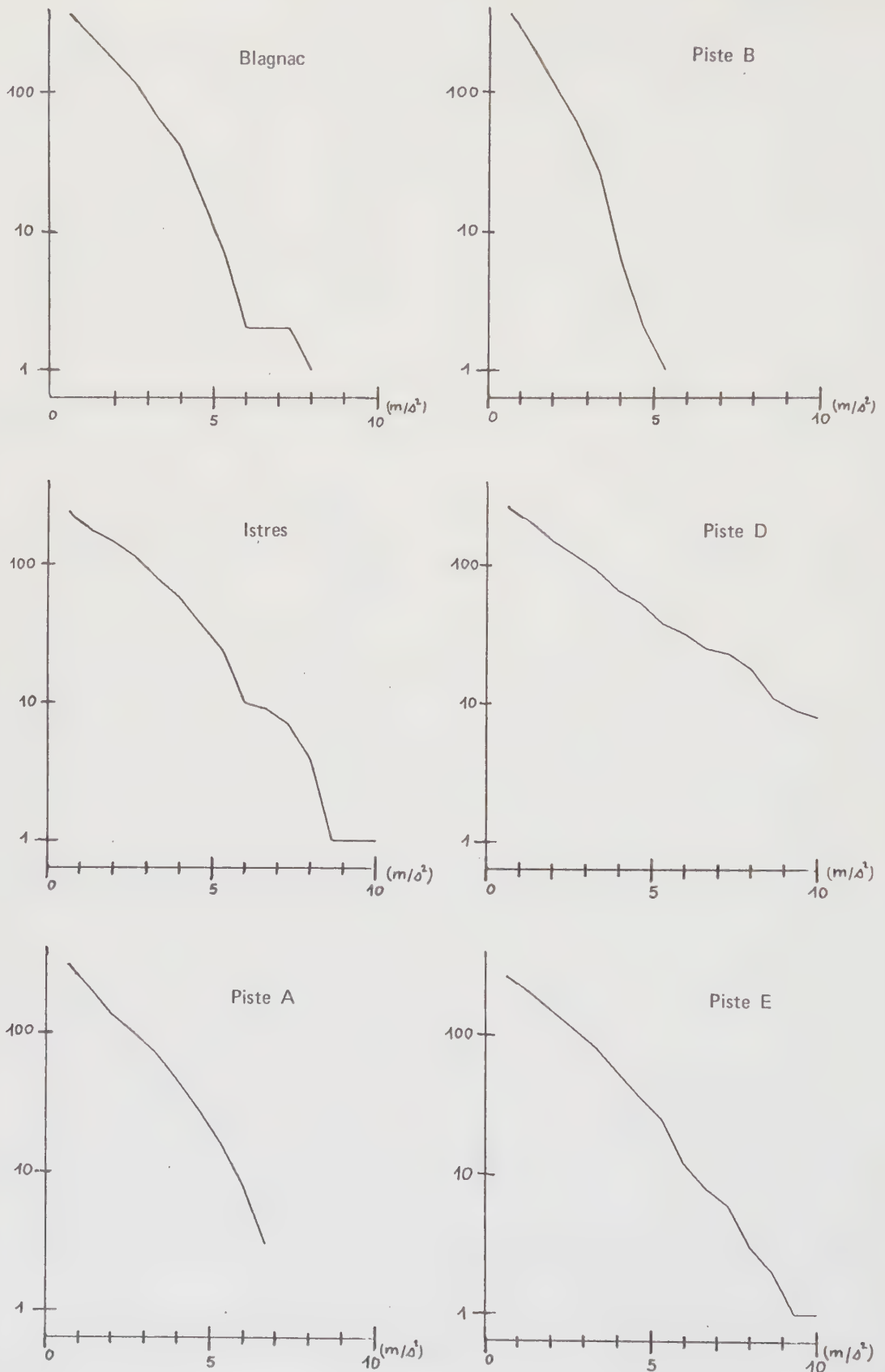


CONCORDE





MERCURE



III,4,4 — Atténuation des grandes longueurs d'onde

Les pistes réelles contiennent des longueurs d'onde importantes qui influent sans doute peu sur le niveau de vibration au poste de pilotage. On va donc les filtrer pour vérifier cette hypothèse.

Définition du filtre

Soit $f(t)$ le signal que l'on veut filtrer :

$$\tilde{f}_c(t) = f(t) - \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} \cdot f(t-u) \cdot du ,$$

où α est un paramètre à ajuster en fonction des fréquences que l'on désire atténuer. On obtient alors la fonction de transfert du filtre :

$$T_c(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt - \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} f(t-u) du \right] e^{-j\omega t} dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt} ,$$

$$T_c(\omega) = 1 - \frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-u) e^{-j\omega t} dt \cdot du}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt} ,$$

en posant $X = t - u$ il vient :

$$T_c(\omega) = 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} \cdot e^{-j\omega u} du ,$$

$$T_c(\omega) = 1 - e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha}} .$$

On peut approcher un tel filtre par un filtre numérique :

$$\tilde{f}_N(t) = f(t) - \sum_{p=-N}^N A_p f(t+p\Delta t) ,$$

avec $A_p = \sigma e^{-\alpha p^2}$ et $\sum_{p=-N}^N A_p = 1 ,$

on a alors :

$$T_N(\omega) = 1 - \sum_{p=-N}^N A_p e^{-j\omega p \Delta t} .$$

Les essais numériques montrent que l'on peut approcher convenablement le filtre continu par le filtre numérique avec un nombre relativement restreint de points si Δt n'est pas trop petit.

Si l'on se fixe une longueur d'onde $\lambda_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ telle que l'atténuation pour cette longueur d'onde soit égale à 1/2, on déduira α :

$$e^{-\frac{\omega_0^2}{4\alpha}} = 1/2 , \quad \omega_0^2 = 4\alpha \text{Log} 2 ,$$

$$\alpha = \frac{\pi^2}{\text{Log} 2} \cdot \frac{1}{\lambda^2} ,$$

$$\text{et donc :} \quad \alpha = \alpha \Delta t^2 = \frac{\pi^2}{\text{Log} 2} \left(\frac{\Delta t}{\lambda_0} \right)^2 .$$

Filtrage des pistes :

La fonction dont on veut atténuer les grandes longueurs d'onde est donnée par points avec un pas d'échantillonnage fixé (0,5 m ou 2 pieds). Si l'on veut éviter de prendre trop de points de filtrage, on peut allonger la fenêtre en prenant 1 point sur 2 ou 1 point sur 3 avec une répercussion sur les petites longueurs d'onde, ce qui n'est pas très grave puisque ces longueurs d'onde n'interviennent pratiquement pas (voir planche XXII).

$\Delta t = k_e \cdot \Delta x$, k_e étant la fréquence de prélèvement des points échantillonnés et

$$a = \frac{\pi^2}{\log 2} \left(\frac{k_e \cdot \Delta x}{\lambda_0} \right)^2 .$$

En pratique, on prend $N = 12$;

$$k_e = \text{entier} \left[\frac{\lambda_0}{24 \Delta x} \right] ,$$

avec la condition $1 \ll k_e \ll 4$.

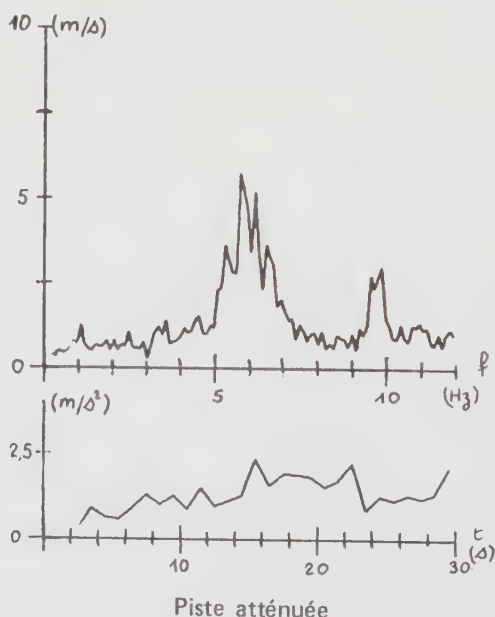
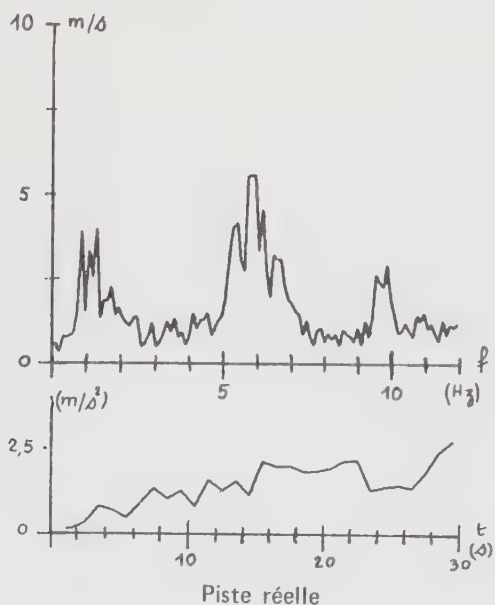
On a construit trois filtres de ce type qui atténuent

- 1) les longueurs d'onde supérieures à 40 m (atténuation de 1/2 pour 40 m),
- 2) les longueurs d'onde supérieures à 25 m (atténuation de 1/2 pour 25 m),
- 3) les longueurs d'onde supérieures à 15 m (atténuation de 1/2 pour 15 m).

Toutes les pistes réelles dont on disposait ont été filtrées et les décollages effectués sur ces pistes nous ont permis de constater que :

— Les niveaux de vibrations enregistrés sur les pistes dont a atténué les longueurs d'onde supérieures à 25 m d'une part et à 15 m d'autre part, sont nettement plus faibles que ceux enregistrés sur les pistes réelles.

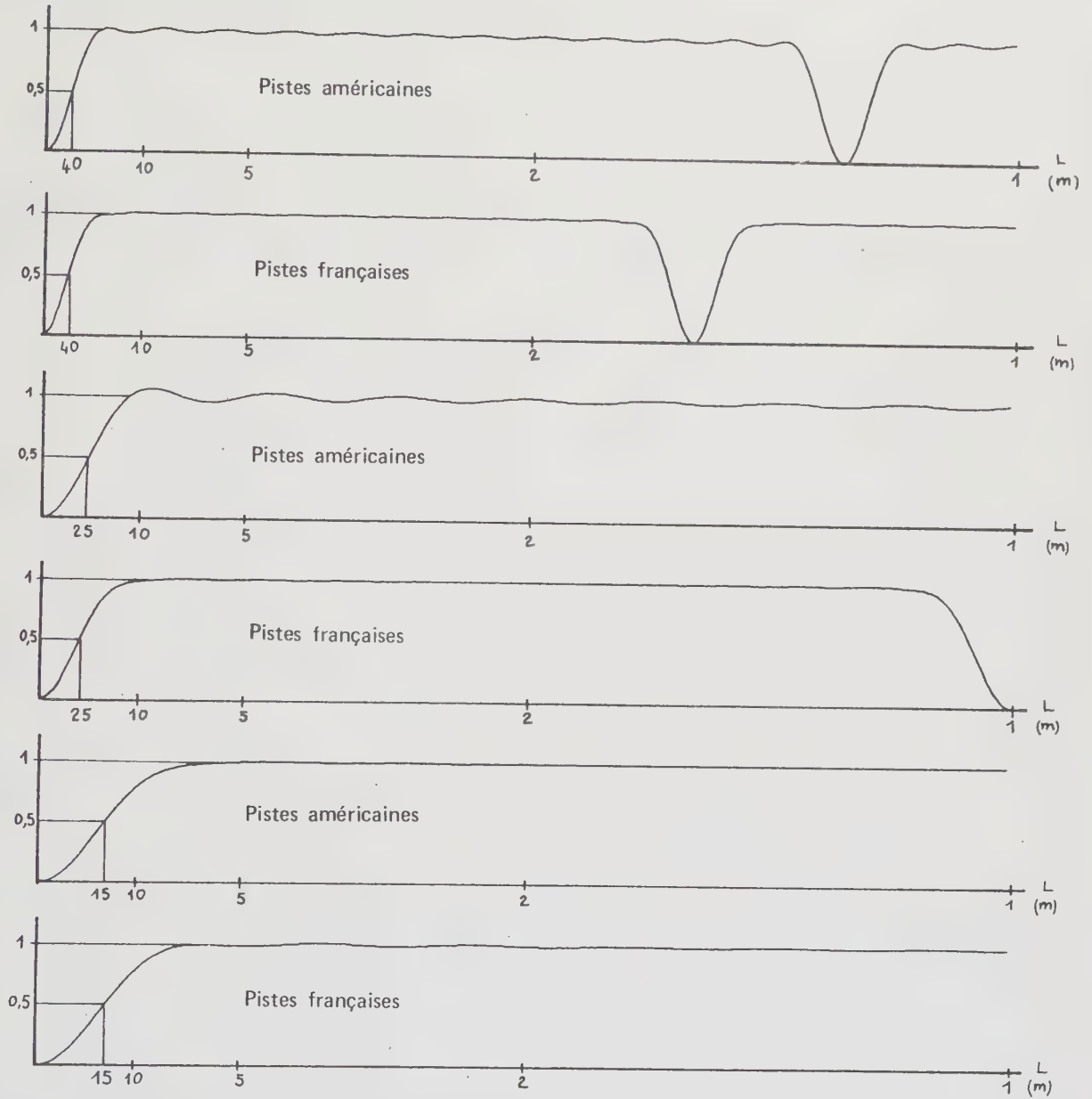
— Les niveaux enregistrés sur les pistes dont a atténué les longueurs d'onde supérieures à 40 m sont assez proches de ceux enregistrés sur les pistes réelle (voir figure ci-dessous). En effet, les spectres d'énergie des accélérations au poste de pilotage sont semblables à ceux des pistes réelles pour les fréquences supérieures à 2 Hz. Les fréquences inférieures à 2 Hz correspondent aux modes rigides. Ces modes ne sont pratiquement pas excités lors du décollage sur les pistes filtrées car les amplitudes de ces pistes sont beaucoup plus faibles que dans le cas des pistes réelles. La valeur efficace maximum de l'accélération au poste de pilotage calculée sur ces pistes représente qualitativement et en moyenne 75 % de la valeur efficace maximum obtenue sur les pistes réelles. Pour le Mercure, le pourcentage est un peu plus élevé, ce qui s'explique par le fait que la fréquence du mode prépondérant est plus élevée que sur les deux autres avions.



MERCURE sur Blagnac

En conclusion de cette analyse, il ressort que les longueurs d'onde les plus critiques pour le confort et la sécurité du pilote sont inférieures à 40 m.

FILTRES



III,4,5 — Densité spectrale des pistes

Pour déterminer la répartition des différentes longueurs d'onde existant dans une piste, on étudie la densité spectrale de puissance de la piste, la fréquence étant alors définie comme l'inverse de la longueur d'onde.

On calcule donc la transformée de Fourier discrète et finie de la piste. Comme on l'a vu précédemment, les pistes ne sont pas à pente nulle et cette dérive importante vis à vis des irrégularités de surface que l'on veut analyser devra être éliminée. Les pistes sont définies par 5000 points ; or, pour des questions d'encombrement mémoire et de définition fréquentielle désirée, il n'est pas concevable de faire la transformée de Fourier en une seule fois. La correction de la dérive et la définition du spectre va nous conduire à utiliser deux méthodes.

• Première méthode

Elle consiste à calculer la transformée de Fourier de la fonction :

$$y(x) = z(x) - z(x - \Delta x) ,$$

où $z(x)$ est la hauteur de la piste et Δx le pas de définition, et ensuite à corriger cette transformée de Fourier par la fonction de transfert du filtre ainsi défini.

Il vient donc :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(x) e^{-2\pi j f x} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x) e^{-2\pi j f x} dx - \int_{-\infty}^{+\infty} z(x - \Delta x) e^{-2\pi j f x} dx .$$

Soient $Y(f)$ et $Z(f)$ respectivement les transformées de Fourier de $y(x)$ et $z(x)$. Posons $X = x - \Delta x$,

il vient :

$$Y(f) = Z(f) - \int_{-\infty}^{+\infty} z(X) e^{-2\pi j f (X + \Delta x)} dX ,$$

$$Y(f) = Z(f) [1 - e^{-2\pi j f \Delta x}] ,$$

d'où :

$$Z(f) = \frac{Y(f)}{1 - e^{-2\pi j f \Delta x}} .$$

En fait, pour calculer le spectre, on utilise le carré du module. Il faut donc faire intervenir le carré du module de la fonction de transfert :

$$|Z(f)|^2 = \frac{|Y(f)|^2}{2(1 - \cos 2\pi \Delta x f)}$$

La transformée de Fourier a été effectuée sur des intervalles élémentaires de 128 points, ce qui donne comme longueur d'intervalle :

$$X = 128 \times 0,6076 = 77 \text{ m pour les pistes américaines,}$$

$$X = 128 \times 0,5 = 64 \text{ m pour les pistes françaises.}$$

Finalement on obtient le spectre :

$$\mathcal{S}_x(f) = \frac{1}{X} |Z(f)|^2 .$$

Cumul des spectres

On a calculé les spectres sur 32 intervalles identiques, ce qui correspond à la longueur utilisée pour un décollage et on a fait ensuite la moyenne de ces spectres.

Dimension de ce spectre :

— en abscisses, on reporte la fréquence définie comme l'inverse de la longueur d'onde (échelle logarithmique),

— en ordonnées, on a $S_x(f)$ (échelle logarithmique)

$Z(f)$ est homogène à une longueur au carré (L^2)

$|Z(f)|^2$ est donc homogène à une longueur à la puissance 4 (L^4)

en définitive : $S_x(f)$ est homogène à une longueur au cube (L^3).

Tous les spectres ainsi calculés sur les pistes mises à notre disposition sont pratiquement superposables sauf peut-être le spectre de la piste B dont le niveau est plus faible pour les longueurs d'onde supérieures à 10 m. Ce spectre se caractérise aussi par un pic pour une longueur d'onde de 6 m. Cette longueur correspond, semble-t-il, à la longueur des dalles de la piste.

Les graphes suivants représentent les spectres des pistes de Blagnac, A, B et E (planche XXIII).

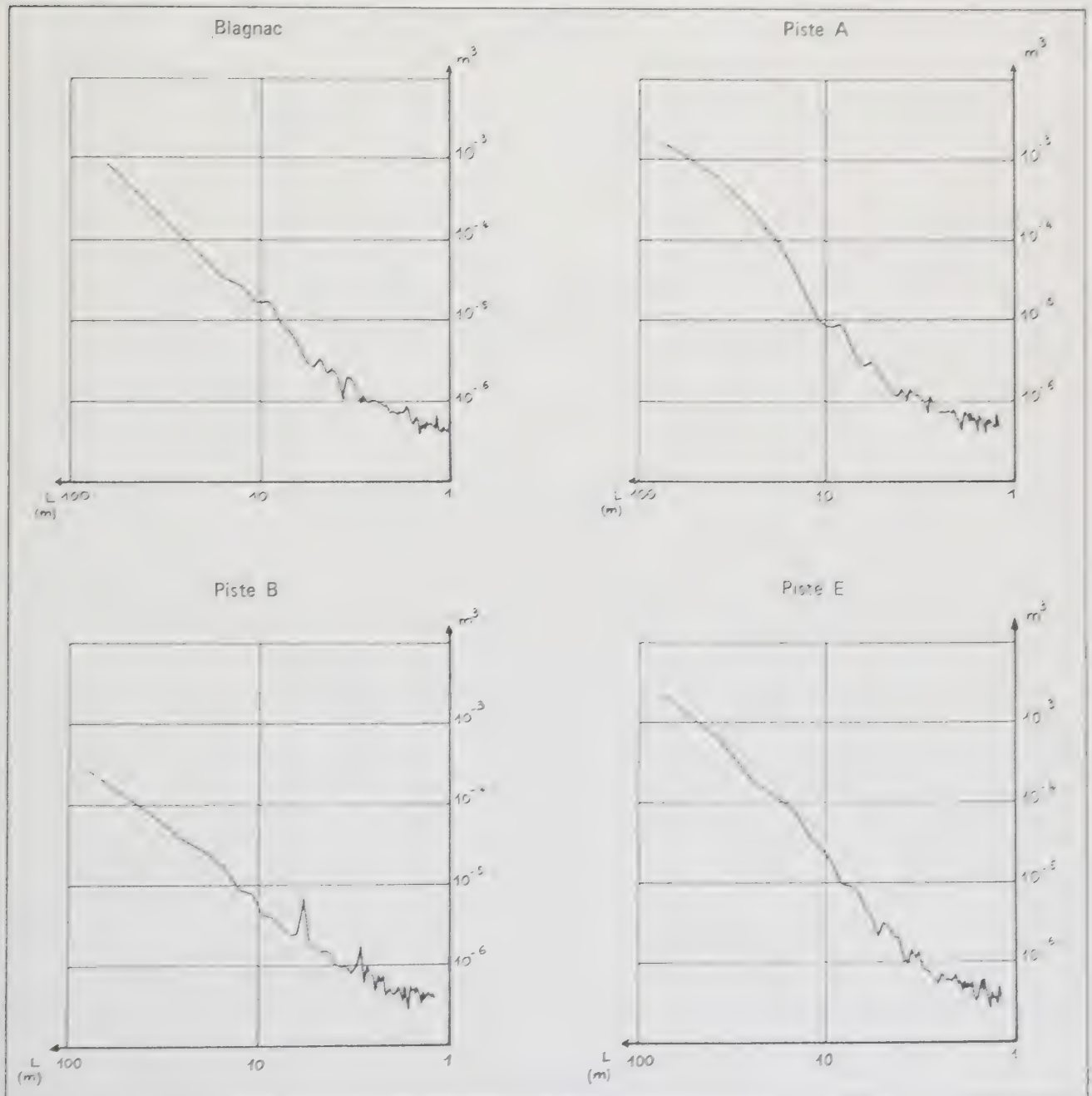


Planche XXIII

• Deuxième méthode

On suppose que la hauteur moyenne de la piste est fonction linéaire de la distance sur un tronçon de calcul. La méthode consiste à définir le filtre correspondant par une méthode de moindres carrés et à calculer la transformée de Fourier sur 128 points mais en multipliant auparavant les hauteurs de piste par une fonction d'apodisation qui permettra d'obtenir une meilleure définition du spectre.

Moindres carrés :

On fait passer une droite le plus près possible des points de la piste au sens des moindres carrés. Cela revient à déterminer a et b , de telle manière que la somme :

$$\mathcal{E} = \sum_{i=0}^{N-1} [z_i - (ax_i + b)]^2 \quad \text{soit minimum,}$$

z_i étant les hauteurs de piste

$x_i = i \Delta x$ l'abscisse de la piste:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a} = -2 \sum_{i=0}^{N-1} [z_i - (ax_i + b)] x_i = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial b} = -2 \sum_{i=0}^{N-1} [z_i - (ax_i + b)] = 0 \end{array} \right.,$$

ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{N-1} i \cdot z_i = a \cdot \Delta x \sum_{i=0}^{N-1} i^2 + b \sum_{i=0}^{N-1} i \\ \sum_{i=0}^{N-1} z_i = a \Delta x \sum_{i=0}^{N-1} i + b N \end{array} \right.,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N-1} i \cdot z_i = a \Delta x \frac{N(N-1)(2N-1)}{6} + b \frac{(N-1)N}{2} \\ \sum_{i=0}^{N-1} z_i = a \Delta x \frac{(N-1)N}{2} + b N \end{array} \right.,$$

en posant : $X = (N-1) \Delta x$; $m_0 = \sum \frac{z_i}{N}$; $m_1 = \sum \frac{i z_i}{N}$;

il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{6}{N+1} \frac{2m_1 - (N-1)m_0}{X} \\ b = -\frac{2}{N+1} [3m_1 - (2N-1)m_0] \end{array} \right.,$$

les hauteurs de la piste sont alors définies par :

$$z'_i = z_i - (a \cdot i \cdot \Delta x + b).$$

Calcul du spectre de la piste ainsi définie

Pour obtenir une meilleure définition du spectre, on augmente la longueur de la fenêtre mais on calcule toujours la transformée de Fourier sur 128 points.

En effet :

soit un intervalle T sur lequel on étudie le signal,

soit $\mathcal{Z}$ l'intervalle sur lequel on calcule la transformée de Fourier tel que $\frac{T}{\mathcal{Z}} = p$ p entier.

Les hauteurs de piste sont définies par un signal échantillonné.

On a donc :

$$F_{p\mathcal{Z}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x) \delta_{p\mathcal{Z}}(x) e^{-2\pi j f x} dx ,$$

avec

$$\delta_{p\mathcal{Z}} = \sum_{i=-\frac{PN}{2}}^{\frac{PN}{2}-1} \delta\left(x - i \frac{\mathcal{Z}}{N}\right) ,$$

où N est le nombre de points de la transformée de Fourier (ou autrement dit si Δx est le pas d'échantillonnage $\mathcal{Z} = N \cdot \Delta x$) et δ est la fonction de Dirac.

$F_{p\mathcal{Z}}(f)$ peut encore s'écrire :

$$F_{p\mathcal{Z}}(f) = \frac{\mathcal{Z}}{N} \sum_{i=-\frac{PN}{2}}^{\frac{PN}{2}-1} z\left(i \frac{\mathcal{Z}}{N}\right) e^{-2\pi j f i \frac{\mathcal{Z}}{N}} ,$$

la définition en fréquence est telle que : $f_\ell = \frac{\ell}{\mathcal{Z}}$

d'où

$$F_{p\mathcal{Z}}(f_\ell) = \frac{\mathcal{Z}}{N} \sum_{i=-\frac{PN}{2}}^{\frac{PN}{2}-1} z\left(i \frac{\mathcal{Z}}{N}\right) e^{-2\pi j \ell i \frac{\mathcal{Z}}{N}} ,$$

en posant $i = k + qN$, il vient :

$$F_{p\mathcal{Z}}(f_\ell) = \frac{\mathcal{Z}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{q=-\frac{P}{2}}^{\frac{P}{2}-1} z\left(\frac{k\mathcal{Z}}{N} + q\mathcal{Z}\right) e^{-2\pi j \ell k \frac{\mathcal{Z}}{N}} ,$$

où l'on reconnaît la formule de la transformée de Fourier discrète et finie appliquée à la fonction

$$h_k = \sum_{q=-\frac{P}{2}}^{\frac{P}{2}-1} z\left(\frac{k\mathcal{Z}}{N} + q\mathcal{Z}\right) ,$$

sur l'intervalle $\mathcal{Z}$.

Donc, au lieu de calculer une transformée de Fourier sur un intervalle T on pourrait se ramener à un intervalle $\mathcal{Z}$ après avoir effectué la somme ci-dessus qui définit la fonction h_k .

Cependant on n'emploie pas directement cette méthode, car si l'on a une définition plus fine, on crée par contre un phénomène de "transparence". En effet : si on définit $F(f)$ comme l'intégrale de Fourier de $z(x)$, c'est-à-dire :

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x) \cdot e^{-2\pi j f x} dx ,$$

on a :

$$F_{pZ}(f) = F(f) \otimes \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_{pZ}(x) e^{-2\pi j f x} dx ,$$

où $\otimes$ indique le produit de convolution.

Etudions alors la transformée de Fourier de la fenêtre $\delta_{pZ}(x)$:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=-\frac{PN}{2}}^{\frac{PN}{2}-1} \delta\left(x - \frac{Z}{N}\right) e^{-2\pi j f x} dx ,$$

$$H(f) = e^{+2\pi j f \frac{PN}{2} \frac{Z}{N}} + e^{+2\pi j f \frac{Z}{N} (\frac{PN}{2} - 1)} + \dots + e^{-2\pi j f \frac{Z}{N} (\frac{PN}{2} - 1)} ,$$

$$H(f) = e^{\pi j f p Z} \left[1 + e^{-2\pi j f \frac{Z}{N}} + \dots + e^{-2\pi j f (PN-1) \frac{Z}{N}} \right] ,$$

$$H(f) = e^{\pi j f p Z} \frac{1 - e^{-2\pi j f p Z}}{1 - e^{-2\pi j f \frac{Z}{N}}} ,$$

$$H(f) = \frac{\sin \pi f p Z}{\sin \pi f \frac{Z}{N}} e^{\pi j f \frac{Z}{N}} .$$

La fréquence maximum que l'on étudie est égale à $f_m = \frac{N}{2Z}$

Comparons maintenant la fenêtre dans le cas où p est supérieur à 1 avec la fenêtre obtenue pour $p = 1$.

Lorsque $p > 1$

- La définition est plus fine puisque la largeur du lobe principal de la fenêtre est égal à $2/pZ$ (voir fig. 1 et 2, pl. XXIV).
- La distorsion est plus petite mais on crée un phénomène de "transparence" car les points de calcul en fréquence de la transformée de Fourier sont distants de $1/Z$ et non pas de $1/pZ$.

Pour éliminer ce phénomène de "transparence", on définit dans l'espace des fréquences une fenêtre de largeur $1/Z$ (voir fig.3, pl. XXIV). Sa transformée de Fourier inverse va permettre de définir la fenêtre par laquelle il faudra multiplier la fonction de départ (avant d'effectuer les cumuls) pour obtenir précisément un filtre de largeur $1/Z$. Après avoir calculé la somme h_k de la fonction ainsi pondérée, on calculera sa transformée de Fourier sur l'intervalle Z .

La fenêtre dans l'espace des fréquences est définie par :

$$H(f) = \sum_{n=-m}^m \left[\delta\left(f - \frac{n}{2Z}\right) \right] + K \left[\delta\left(f - \frac{1}{2Z}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{2Z}\right) \right] ,$$

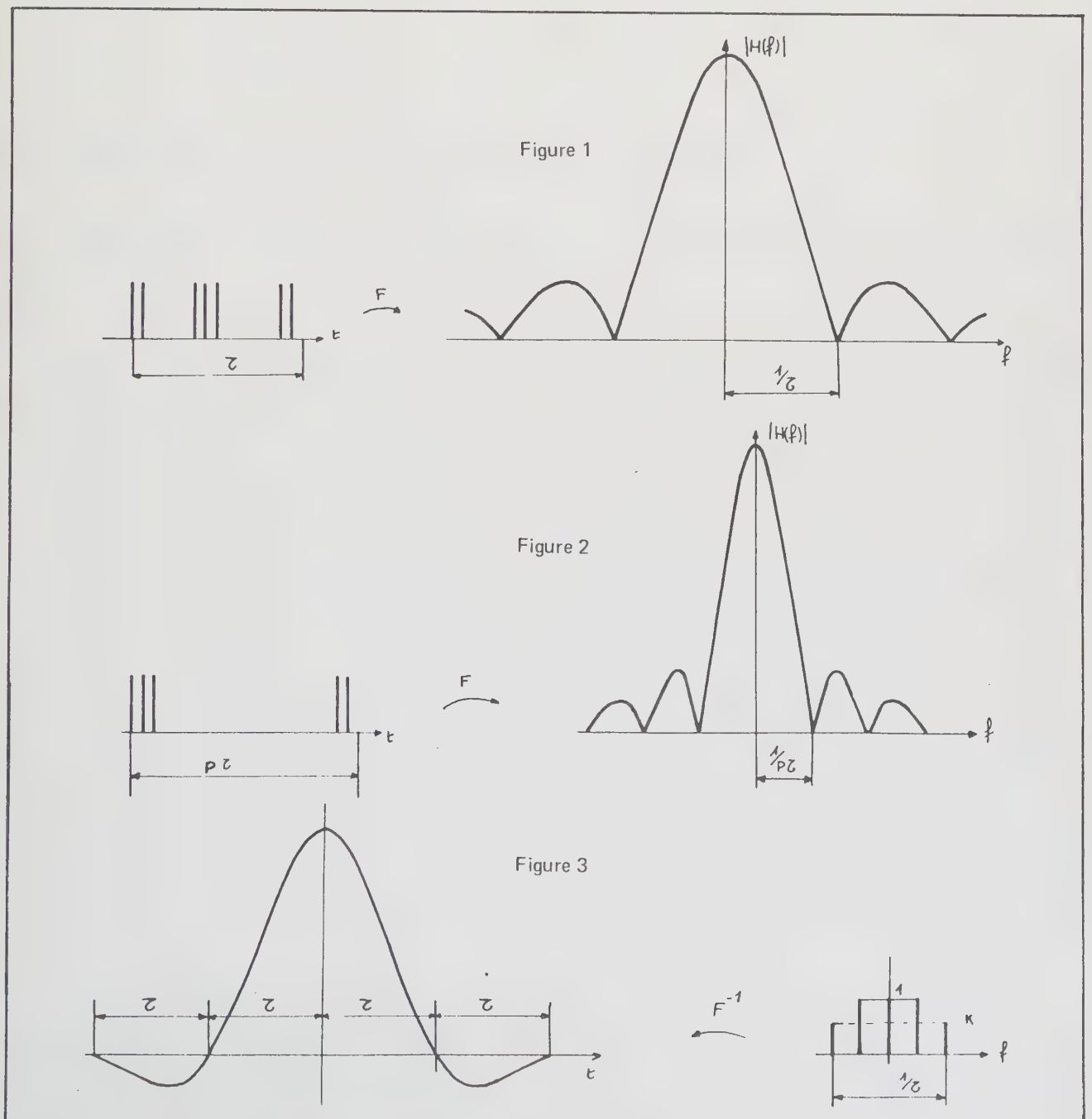
avec $m = \frac{P}{2} - 1$,

$$\mathcal{H}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{2\pi j f x} df ,$$

$$\mathcal{H}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-m}^m \left[\delta\left(f - \frac{n}{\tau_p}\right) \right] e^{2\pi j f x} df + K \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\delta\left(f - \frac{1}{2\tau}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{2\tau}\right) \right] e^{2\pi j f x} df ,$$

il vient :

$$\mathcal{H}(x) = \frac{\sin \frac{p-1}{\tau_p} x}{\sin \pi \frac{x}{\tau_p}} + 2K \cos \pi \frac{x}{\tau} .$$



Pour la suite des calculs, on a pris $p = 4$ et $K = 0,5$, d'où :

$$\mathcal{H}(x) = \sin \frac{\pi x}{2} \cdot \cotg \frac{\pi x}{2p} \quad \text{qui est la fonction d'apodisation.}$$

Pour étudier la piste sur le même nombre de points que précédemment, on calcule la transformée de Fourier sur 128 points avec une apodisation sur quatre segments puis ensuite on effectue 8 moyennes.

Les graphes de la planche XXV représentent les spectres des mêmes pistes que précédemment.

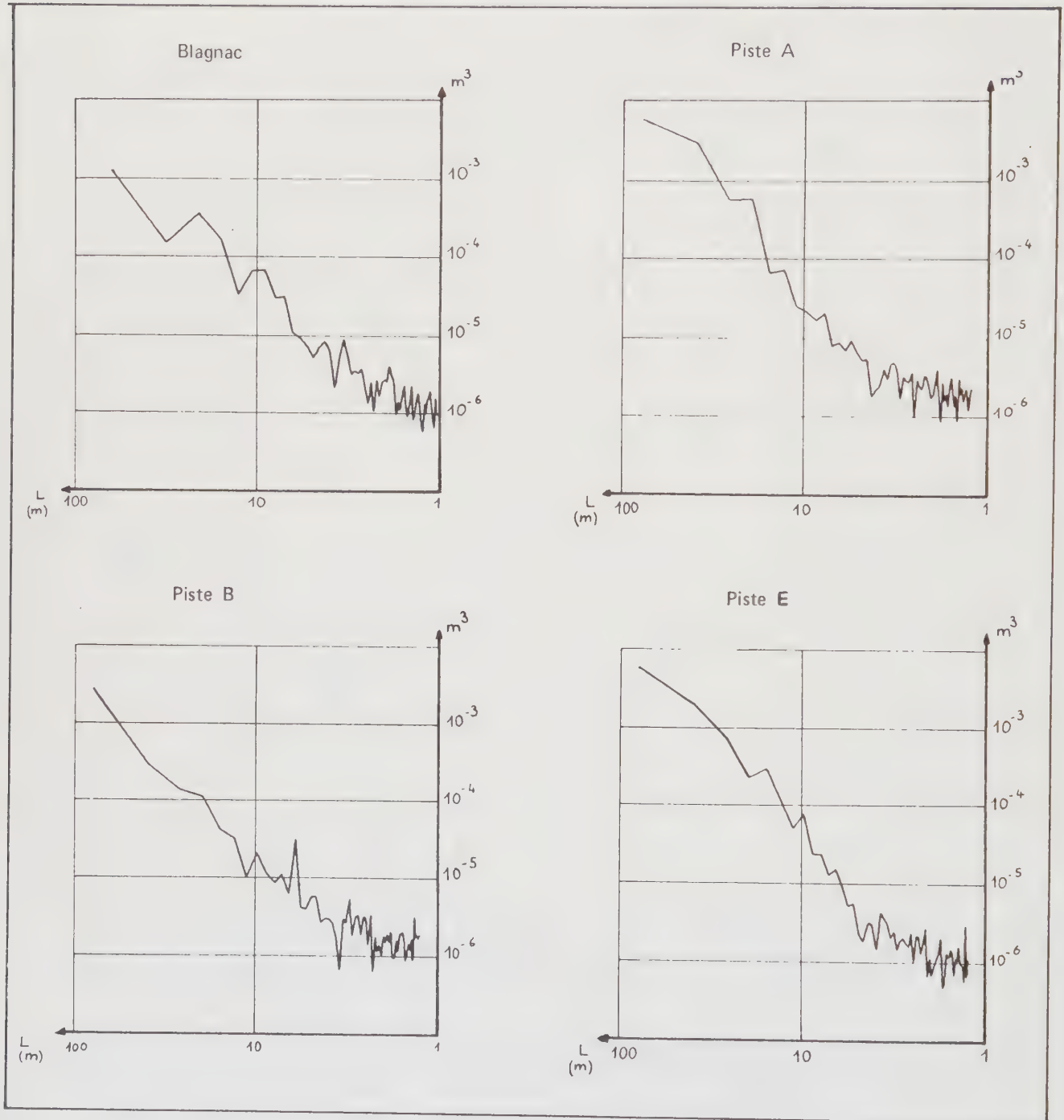


Planche XXV

Le niveau global des spectres est ici un peu supérieur. Ceci est dû sans doute à la méthode de compensation de la dérive. On obtient par contre une meilleure définition. Ce qui importe, c'est que l'allure générale et le niveau soient en fin de compte peu différents d'une piste à l'autre. Il paraît donc illusoire de vouloir caractériser les pistes par leur spectre, surtout si le relevé est effectué par une roue trainée derrière un véhicule automobile car la précision de la mesure sera inférieure à celle d'un relevé topographique.

IV — CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Le modèle retenu pour simuler le processus de décollage des trois avions Concorde, Airbus et Mercure tient compte des six premiers modes souples symétriques de la cellule d'une part et des non-linéarités du train d'atterrissage d'autre part. Celles-ci sont dues à la chambre d'air qui crée la force de rappel élastique, au laminage de l'huile et à la force de frottement sec. Cette dernière non-linéarité qui oblige à distinguer quatre configurations différentes du modèle nous a conduits à adopter une simulation hybride.

Cette simulation a été réalisée sur un ordinateur EAI de la CISI doté d'un système d'aide à la programmation (OPTICA) facilitant considérablement la mise en œuvre du problème sur la console analogique. Elle a nécessité l'utilisation de quelque deux cents potentiomètres et une centaine de sommateurs et intégrateurs. La simulation hybride s'est révélée nettement plus rapide qu'une simulation entièrement numérique. Le rapport, temps de calcul numérique (ordinateur CII Iris-80) sur temps de calcul hybride est supérieur à cinquante. Les comparaisons qualitatives entre les décollages réels et les résultats obtenus sur le ordinateur ont montré que ces derniers dans l'ensemble un peu pessimistes (de l'ordre de 15 %) étaient néanmoins tout à fait significatifs.

Grâce à la rapidité du calcul, on a pu effectuer de très nombreux décollages sur des pistes synthétiques et réelles. On a ainsi constaté que :

- Les normes concernant les pentes des pistes sont suffisamment contraignantes pour éviter des accélérations verticales trop importantes à l'avion aux changements de pente.
- Les normes relatives aux rugosités de surface des chaussées semblent mal adaptées à leur rôle. En effet, les longueurs d'onde critiques pour le confort et la sécurité du pilote se situent entre huit et vingt mètres, or ces longueurs d'onde échappent au contrôle de la règle de trois mètres et à la mesure de la chaussée tous les vingt cinq mètres.

Cette étude nous permet donc de suggérer une définition un peu différente de la surface de la chaussée. Il semblerait en effet, du point de vue confort, plus judicieux de mesurer la piste tous les quinze mètres plutôt que tous les vingt cinq mètres avec une tolérance un peu plus sévère sur l'écart entre le profil théorique et le profil réel. Le contrôle avec la règle de trois mètres doit être maintenu, car s'il n'est pas un critère de confort, il évite que la chaussée ait des flaches trop importants qui favoriseraient la formation de flaques d'eau et entraîneraient des phénomènes d'aqua-planing.

La simulation hybride paraît aussi tout à fait adaptée pour étudier les paramètres propres à l'avion. La connaissance des forces mises en jeu lors du roulage peut être utile pour un dimensionnement optimum des trains d'atterrissage. Dans une nouvelle étape, on pourrait faire varier les paramètres de l'avion et rechercher les valeurs de ceux-ci qui donnent une plus grande insensibilité pour les modèles de piste les plus courants.

♦

RÉFÉRENCES

- 1 DAT R. — *Vibrations aéroélastiques* — 1^{ère} Partie - ENSAE, 1970.
- 2 NAZAIR BLANC C. — *Calcul des charges appliquées à une structure d'avion - Trains d'atterrissage* — ENICA, 1972.
- 3 KIRK C.L., PERRY P.J. — *Analysis of taxiing induced vibrations in aircraft by the power spectral density method* — The Aeronautical Journal, March 1971.
- 4 WIGNOT J.E. — *The development of dynamic taxi design procedures* — FAA Report DS-68-11, June 1968.
- 5 Manuel CISI — *Cours de calcul analogique et hybride* — Saclay, 1973.
- 6 BORY M. et ROUX P. — *Manuel d'utilisation d'OPTICA, Outil de Préparation et de Test Interprétatif pour Calculateur Analogique et hybride* — Saclay 1973.
- 7 ABRACHE M. — *L'influence de l'uni des revêtements routiers sur le confort des véhicules automobiles* — Laboratoire Central des Ponts et Chaussées - Thèse d'ingénieur docteur, Paris VI, 1972.
- 8 LÉGER Ph. — *L'uni des revêtements routiers* — Bull. Liaison Lab. Routiers, Ponts et Chaussées, décembre 1970.
- 9 LUCAS J. — *Applications pratiques de l'analyseur dynamique à l'uni des chaussées* — Bull. Liaison Lab. Routiers, Ponts et Chaussées, mai-juin 1973.
- 10 STERN J., DE BARBERAC J. et POZZI R. — *Méthodes pratiques d'étude des fonctions aléatoires* — Dunod, Paris, 1967.
- 11 WALLS J.H. et al. — *Some measurements and power spectra of runway roughness* — NACA TN 3305, 1954.
- 12 HALL A.W. — *Three track runway and taxiway profiles measured at international airports, A and B* (1969).
- 13 HALL A.W. — *Three track runway and taxiway profiles measured at international airports, C and D* (1970).



Annexe 1 – CARACTÉRISTIQUES DES AVIONS ÉTUDIÉS

1 – CONCORDE 001

$M = 115\,015\text{ kg}$	$k_a = 3,08\,10^6\text{ N/m}$	amortissement réduit : – modes souples : $2\,10^{-2}$ – pneumatiques train principal : $5\,10^{-2}$ train avant : $5\,10^{-2}$
$I = 12\,230\,106\text{ m}^2\text{kg}$	$K'_p = 1,4\,10^4\text{ N/(m/s)}^2$	
$m_p = 1464\text{ kg}$	$K''_p = 1,14\,10^6\text{ N/(m/s)}^2$	
$m_a = 384\text{ kg}$	$K'_a = 6,23\,10^4\text{ N/(m/s)}^2$	
$d_p = 2,672\text{ m}$	$K''_a = 4,65\,10^5\text{ N/(m/s)}^2$	
$d_a = 14,667\text{ m}$	$\overline{F}_a = 4,772\,10^5\text{ N}$	
$d_{pp} = 26,792\text{ m}$	$\overline{F}_p = 1,739\,10^5\text{ N}$	
$k_p = 10,45\,10^6\text{ N/m}$		

Valeurs modales

	$W_p\text{ (m)}$	$W_a\text{ (m)}$	$W_{pp}\text{ (m)}$	$W_{cg}\text{ (m)}$	$\mu\text{ (kg)}$	fréquences (Hz)
1	-0,17	-0,09	0,74	-0,226	9 064	2,3467
2	-0,005	0,033	-0,12	-0,0106	1 558	3,1797
3	-0,343	0,485	-0,58	-0,12	12 346	5,6605
4	0,035	-0,033	0,04	0,022	860	5,9492
5	-0,0445	-0,25	0,28	0,199	6 276	7,3811
6	-0,065	0,18	-0,19	0,0047	3 904	9,6481

Courbes d'air

– amortisseur principal

enfonce- ment (m)	0	0,02	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
Force (10^3 N)	159	160	175	184	195	210	220	231	245	262

$\overline{e}_p = 0,397\text{ m}$

0,22	0,24	0,26	0,28	0,3	0,32	0,34	0,36	0,38	0,4	0,42
280	300	330	360	390	435	485	552	640	760	950

– amortisseur avant

enfonce- ment (m)	0	0,04	0,08	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,22	0,24
Force (10^3 N)	30	32	37	44	48	52	59	66	74	84

$\overline{e}_a = 0,3207\text{ m}$

0,26	0,28	0,3	0,32	0,332	0,36	0,4	0,42	0,44	0,48	0,5
97	114	136	172	204	228	270	300	334	424	500

2 – AIRBUS A300B2

M = 137 000 kg

I = 12 831 406 kgm²

m_p = 1690 kg

m_a = 300 kg

d_p = 2,128 m

d_a = 16,508 m

d_{pp} = 19,812 m

k_p = 8,2 10⁶ N/m

k_a = 2,84 10⁶ N/m

K'_p = 8,3 10⁴ N/(m/s)²

K''_p = 3 10⁶ N/(m/s)²

K'_a = 2,85 10⁴ N/(m/s)²

K''_a = 2,6 10⁵ N/(m/s)²

F_p = 5,9526 10⁵ N

F_a = 2,6 10⁵ N

amortissement réduit :

4 premiers modes souples : 1 10⁻²

2 derniers modes souples : 1,5 10⁻²

pneumatiques train principal : 5 10⁻²

train avant : 5 10⁻²

Valeurs modales

	W _p (m)	W _a (m)	W _{pp} (m)	W _{cg} (m)	μ (kg)	fréquences (Hz)
1	-0,0351	-0,0336	-0,029	-0,0571	3 818	1,3578
2	0,1509	0,5976	0,7353	0,0953	51 526	3,028
3	-0,3227	0,3133	0,4367	-0,2010	10 514	3,7731
4	0,0280	-0,0739	-0,1156	0,0772	2 420	4,8125
5	0,3284	-0,2823	-0,4653	0,2436	28 060	6,4166
6	-0,2059	-0,0410	-0,0848	-0,0147	10 484	9,164

Courbes d'air

Enfoncement (m)	0	0,1	0,14	0,18	0,2	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3
Force princip. (10 ³ N)	100	130	142	162	175	190	205	222	245	275
Force avant (10 ³ N)	40	50	56	65	67	73	80	86	95	105

0,32	0,34	0,35	0,36	0,37	0,38	0,39	0,4	0,42	0,44	0,45
310	356	382	415	450	492	550	615	800	1100	1340
117	135	145	156	170	185	202	225	287	375	440

$\overline{e_p} = 0,397$

$\overline{e_a} = 0,358$

3 – MERCURE

$M = 46\,800\text{ kg}$
 $I = 1,957\,10^6\text{ m}^2\text{kg}$
 $m_p = 582\text{ kg}$
 $m_a = 120\text{ kg}$
 $d_p = 1,3\text{ m}$
 $d_a = 10,41\text{ m}$
 $d_{pp} = 12,5\text{ m}$
 $k_p = 3,72\,10^6\text{ N/m}$

$k_a = 2\,10^6\text{ N/m}$
 $K'_p = 7,2\,10^4\text{ N/(m/s)}^2$
 $K''_p = 1,315\,10^6\text{ N/(m/s)}^2$
 $K'_a = 1,38\,10^4\text{ N/(m/s)}^2$
 $K''_a = 9,2\,10^5\text{ N/(m/s)}^2$
 $\overline{F}_p = 2,041\,10^5\text{ N}$
 $\overline{F}_a = 5,097\,10^4\text{ N}$

amortissement réduit :
modes souples : $2\,10^{-2}$
pneumatiques train principal : $5\,10^{-2}$
train avant : $5\,10^{-2}$

Valeurs modales

	$W_p\text{ (m)}$	$W_a\text{ (m)}$	$W_{pp}\text{ (m)}$	$W_{cg}\text{ (m)}$	$\mu\text{ (kg)}$	fréquences (Hz)
1	-0,015	-0,023	-0,022	-0,028	1 687	2,93
2	-0,009	-0,021	-0,021	-0,021	549	3,23
3	-0,003	0,232	0,350	-0,024	2 335	5,33
4	-0,094	0,091	0,163	-0,073	567	5,9
5	-0,012	0,013	0,028	-0,009	172	8,76
6	-0,031	0,025	0,071	-0,062	329	9,58

Courbes d'air

Enfoncement (m)	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18
Force princip. (10^3 N)	65	67,5	69,8	72,2	74,6	77	80	85	90	96
Force avant (10^3 N)	8	8,6	9,2	9,8	10,4	11	12	13	14	15

0,2	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3	0,32	0,34	0,36	0,38	0,4
103	111	121	134	148	167	190	221	264	325	420
16	18	21	24	28	34,5	43	57	83	135	220

$\overline{e}_p = 0,329$

$\overline{e}_a = 0,334$

Annexe 2 — SCHÉMA ANALOGIQUE DE L'AIRBUS

